

Introduction au calcul et mathématiques avancées, 12^e année

Code de cours 3908

Crédit du cours 1,0

Programme d'**IMMERSION FRANÇAISE**

Survol de la discipline

Le programme d'études de mathématiques de la maternelle à la 12^e année du programme d'immersion française est conçu pour répondre aux intérêts, habiletés et besoins des élèves, leur permettant ainsi de réaliser que les mathématiques représentent un moyen de construire leur compréhension du monde et qu'elles font partie de leur vie quotidienne.

Les résultats d'apprentissage de ce programme d'études sont répartis en quatre domaines :

- Le nombre;
- Les régularités et les relations;
- La forme et l'espace;
- La statistique (à compter de la 2^e année) et la probabilité (à compter de la 5^e année).

Ces domaines reflètent la nature des mathématiques de la maternelle à la 12^e année.

L'étude des mathématiques favorise le développement des compétences globales et sous-tend les apprentissages durables. Elle favorise également le développement de la pensée logique et de compétences en résolution de problèmes et en analyse de données.

Les situations d'apprentissage et d'évaluation qui se déroulent en classe de mathématiques découlent d'une approche centrée sur l'apprentissage par la résolution de problèmes qui permet aux élèves de faire des liens entre leur compréhension conceptuelle et les divers processus mathématiques. L'intégration de ces processus lors des apprentissages amène les élèves à comprendre la nature des mathématiques et à leur donner un sens afin qu'ils puissent les apprendre et les utiliser à l'école et à l'extérieur de l'école tout au long de leur vie.

L'apprentissage en mathématiques tient compte du rôle du programme d'immersion française, de sa vision, de ses fondements (langue, culture et identité) ainsi que des principes de l'apprentissage et de l'évaluation. Les élèves de mathématiques sont exposés à la fois à des modèles mathématiques et à des modèles culturels et langagiers.

Survol du cours

Les élèves de la 12^e année du cours *Introduction au calcul et mathématiques avancées I* vont étudier les quatre sujets issus du cours *Mathématiques : Introduction au calcul* qui comprennent les limites, les dérivées, l'application des dérivées et l'intégration. Ils vont aussi étudier quatre sujets choisis à partir de la liste de sujets proposés dans le cours *Mathématiques avancées I et II* composée de sept sujets de base qui ont des résultats d'apprentissage spécifiques (RAS) et de six sujets additionnels qui n'ont pas de RAS. Les sujets de base comprennent les nombres complexes et les coordonnées polaires, la statistique, la théorie des nombres, les matrices et les systèmes d'équations, la géométrie à trois dimensions, les vecteurs et les sections coniques. Les sujets additionnels comprennent la géométrie fractale, des sujets en calcul au-delà du contenu du cours d'introduction au calcul, l'histoire des mathématiques, des applications des mathématiques à l'informatique, la combinatoire au-delà des permutations et des combinaisons, et un projet interdisciplinaire. La structure flexible de cette section du cours permet aux enseignants de choisir les sujets en collaboration avec les élèves et vice versa.

Compétences globales en mathématiques



La pensée critique

La pensée critique en mathématiques comprend la capacité de comparer, d'évaluer, de critiquer, de justifier, de mettre à l'épreuve et de valider des idées, des représentations, des plans ou des solutions en utilisant des arguments logiques, des critères et des preuves. Elle requiert une métacognition chez les élèves leur permettant de résoudre des problèmes et situations mathématiques, de communiquer leur raisonnement de façon efficace et de prendre des décisions éthiques.

- Les élèves recherchent et utilisent une variété d'idées et d'informations et y réfléchissent de façon stratégique, efficiente et efficace pour prendre des décisions et faire des choix.
- Les élèves évaluent leurs idées et celles des autres et les diverses solutions possibles en tenant compte de diverses perspectives, de biais, de même que de la validité et de la pertinence de l'information à l'appui.
- Les élèves utilisent le raisonnement inductif pour explorer et noter des résultats, pour analyser des idées, des problèmes et situations mathématiques, pour faire des observations et des généralisations à partir de régularités et pour mettre ces généralisations à l'épreuve en se basant sur des critères et des preuves.
- Les élèves reconnaissent que certaines croyances en mathématiques influencent la façon dont ils se perçoivent en tant qu'élèves de mathématiques.

- Les élèves font preuve d'une volonté de reconsidérer leurs façons de penser et de considérer des points de vue autres que les leurs au sujet d'idées, de problèmes ou de situations mathématiques.
- Les élèves posent des questions de clarification pertinentes pour approfondir leur compréhension des idées, des concepts, des problèmes et des situations mathématiques.
- Les élèves portent des jugements basés sur des critères réfléchis leur permettant ainsi de prendre des décisions, résoudre des problèmes et des situations mathématiques et poser des gestes de façon éclairée.
- Les élèves utilisent un raisonnement déductif pour résoudre des problèmes ou des situations mathématiques, en tirer de nouvelles conclusions basées sur ce qui est déjà connu ou tenu pour vrai et prendre des décisions éthiques.



La créativité

La pensée créative en mathématiques comprend l'adoption d'un mode de pensée flexible, la curiosité, la prise de risques et l'établissement de liens avec les connaissances antérieures chez les élèves afin d'arriver à des solutions novatrices à divers problèmes et situations mathématiques en les envisageant sous un nouvel angle ou en formulant de nouvelles hypothèses.

- Les élèves adhèrent à un environnement d'apprentissage qui se déroule dans un climat de confiance et de respect, qui les encourage à faire des choix, à prendre des risques, à avoir une pensée flexible, leur permettant ainsi de prendre des décisions et de passer à l'action.
- Les élèves s'interrogent, posent des questions et contemplant différentes idées et concepts mathématiques.
- Les élèves résolvent des problèmes et des situations mathématiques en utilisant différentes façons d'arriver à des solutions novatrices.
- Les élèves enrichissent et peaufinent leur raisonnement en considérant les idées des autres.
- Les élèves formulent, ajustent et peaufinent leurs plans pour résoudre des problèmes et situations mathématiques en les envisageant sous un nouvel angle.
- Les élèves valident et adaptent leurs plans, leurs idées, leurs stratégies ou leurs solutions pour résoudre des problèmes et situations mathématiques tout en persévérant à travers les obstacles afin de s'améliorer.
- Les élèves recherchent et utilisent les rétroactions des autres pour développer et consolider leur compréhension conceptuelle, approfondir leur raisonnement et réfléchir à leurs démarches de résolution de problèmes et de situations mathématiques.



La citoyenneté

La citoyenneté en mathématiques comprend le développement d'une littératie mathématique permettant l'application d'idées et de concepts mathématiques dans divers contextes de la vie quotidienne, éveillant ainsi la curiosité des élèves en ce qui concerne leur rôle de citoyens capables de contribuer activement à la société, de réfléchir de manière critique sur le monde, de prendre des décisions éclairées et de générer des solutions à un enjeu en tenant compte de diverses perspectives.

- Les élèves utilisent les mathématiques comme moyen pour développer leur compréhension d'un éventail d'enjeux sociaux, culturels, économiques et politiques et pour nourrir leur réflexion sur ces enjeux.
- Les élèves mobilisent leurs connaissances et habiletés mathématiques pour analyser et comprendre des enjeux liés à la discrimination, à l'équité et aux droits de la personne en menant des enquêtes ou en proposant des solutions à une variété de problèmes ou situations mathématiques portant sur ces enjeux.
- Les élèves mobilisent leurs connaissances et habiletés mathématiques pour explorer, analyser et comprendre l'impact de l'interdépendance de soi, des autres et du monde naturel en menant des enquêtes ou en proposant des solutions à une variété de problèmes et situations mathématiques portant sur cet enjeu.
- Les élèves démontrent de l'intérêt envers les différentes façons d'aborder les mathématiques, les différents points de vue, les expériences et les visions du monde des autres personnes pour mieux comprendre et résoudre des problèmes et des situations mathématiques.
- Les élèves font preuve d'empathie envers les idées qui sont différentes des leurs et les solutions à un problème ou une situation mathématique proposée par les autres.
- Les élèves interagissent et apprennent avec les autres en personne ou en ligne de manière sécuritaire, respectueuse et inclusive en accueillant et valorisant divers points de vue et en tenant compte d'un éventail d'idées et de perspectives lorsqu'ils contribuent à des échanges mathématiques.
- Les élèves réalisent que leurs connaissances et habiletés mathématiques serviront non seulement à améliorer leur qualité de vie, mais aussi à améliorer celle des autres.
- Les élèves prennent part à des enquêtes mathématiques signifiantes, individuellement ou de façon collaborative, au cours desquelles ils posent ou se posent des questions pour arriver à des solutions équitables et prendre des décisions éthiques.
- Les élèves apprécient comment les mathématiques peuvent être utilisées pour prendre et justifier des décisions éthiques qui conduisent à des actions responsables et durables qui les concernent eux-mêmes, leur communauté et le monde.



La connaissance de soi

La connaissance de soi en mathématiques comprend la croyance des élèves en leur capacité à aborder et accomplir des tâches, à résoudre des problèmes et des situations mathématiques et à persévérer devant les défis auxquels ils font face en mathématiques. Elle comprend aussi la capacité des élèves à s'engager de façon positive dans des pratiques réflexives sur leurs apprentissages afin de se fixer des buts pour s'améliorer.

- Les élèves croient en leur capacité à apprendre et à comprendre le monde des mathématiques et son impact sur leur quotidien.
- Les élèves reconnaissent les éléments qui façonnent leur identité comme élève des mathématiques et se considèrent comme des mathématiciens.
- Les élèves s'accordent le temps dont ils ont besoin et mettent en œuvre des stratégies qui favorisent une mentalité de croissance afin de développer une relation positive avec les mathématiques.
- Les élèves envisagent la réflexion sur leurs propres décisions, les efforts qu'ils déploient, les expériences qu'ils vivent et les rétroactions des autres comme une opportunité d'apprentissage leur permettant d'améliorer leurs connaissances et leurs habiletés en mathématiques.
- Les élèves réfléchissent à leur apprentissage des mathématiques pour se fixer des buts et prendre des décisions éclairées qui ont un impact sur leur bien-être.
- Les élèves croient que leur capacité d'apprendre, leurs talents et leurs habiletés en mathématiques continueront de s'améliorer tout au long de la vie grâce à leur travail acharné, leur persévérance et leurs efforts.
- Les élèves sont prêts à prendre des risques, à demander de l'aide et à persévérer malgré les obstacles.
- Les élèves démontrent la capacité d'apporter des changements et de s'adapter à de nouveaux contextes mathématiques en sachant qu'ils apprendront de leurs erreurs et qu'ils pourront s'appuyer sur leurs forces personnelles.
- Les élèves développent leur autonomie, valorisent leur voix et s'engagent à jouer leur rôle pour devenir des élèves de mathématiques tout au long de leur vie.



La collaboration

La collaboration en mathématiques comprend l'adhérence à une culture d'échanges d'idées et de points de vue chez les élèves afin de s'améliorer à la fois collectivement et individuellement et d'apprendre des autres et avec les autres pour développer et appliquer de nouvelles idées en mathématiques.

- Les élèves collaborent avec les autres, valorisent divers points de vue et tiennent compte d'un éventail d'idées et de perspectives lorsqu'ils contribuent à des échanges mathématiques.
- Les élèves participent activement et pleinement à l'apprentissage en échangeant des réflexions et des stratégies avec d'autres pour valider ou approfondir leur compréhension des idées mathématiques et expriment respectueusement leurs opinions, idées et conjectures.
- Les élèves valorisent les contributions des autres donnant ainsi la place à une différence de point de vue qui alimentera les échanges mathématiques.
- Les élèves adoptent une attitude d'écoute active, se posent des questions par rapport à leur schème de pensée mathématique et posent des questions aux autres pour approfondir leur compréhension des concepts et idées mathématiques et celle des autres.
- Les élèves démontrent une volonté de faire des compromis et de changer d'avis face à des arguments convaincants lors d'échanges mathématiques.
- Les élèves coconstruisent leur compréhension des concepts et idées mathématiques avec les autres afin de leur donner un sens.
- Les élèves soutiennent les autres et assument la responsabilité de leurs rôles tout au long du processus d'apprentissage et dans l'exécution de tâches mathématiques.



La communication

La communication en mathématiques comprend la capacité des élèves à échanger leurs idées, leur raisonnement et leurs solutions mathématiques de diverses façons notamment, de façon orale, écrite, concrète, imagée et symbolique dans divers contextes. Elle permet aux élèves de clarifier et de valider leurs idées et leur raisonnement, ainsi que de remettre en question leurs attitudes et leurs croyances à l'égard des mathématiques.

- Les élèves expriment leurs idées mathématiques et leurs émotions à l'égard des mathématiques en tenant compte des indices non verbaux de leur interlocuteur et en ajustant leurs propos selon le contexte.
- Les élèves présentent leurs idées mathématiques de façon visuelle, orale, écrite, graphique ou symbolique en tenant compte des conventions liées au mode de communication utilisé, de leurs interlocuteurs et des types de contextes de communication tout en s'assurant d'utiliser un langage mathématique clair et précis.
- Les élèves comprennent comment leurs paroles et leurs actions façonnent leur identité en tant qu'élève de mathématiques et leurs relations avec les autres.
- Les élèves sont à l'affût d'indices oraux, non verbaux ou visuels leur permettant d'améliorer leur compréhension de la terminologie, des propos des autres, des idées présentées et de diverses solutions à des problèmes et des situations mathématiques lors des échanges.
- Les élèves cherchent à comprendre les différents points de vue et les différentes solutions à un problème ou une situation mathématique en observant, en adoptant une attitude d'écoute active et en posant des questions de clarification créant ainsi une culture de communication mutuelle.
- Les élèves reconnaissent et acceptent que leur façon d'apprendre et de représenter leur compréhension peut être différente de celles des autres.
- Les élèves donnent un sens aux idées, aux problèmes et aux situations mathématiques et en approfondissent leur compréhension en faisant des liens entre leur propre langage, la terminologie mathématique et les conventions mathématiques.
- Les élèves contribuent aux échanges mathématiques et expriment leurs pensées et leurs émotions à propos d'idées mathématiques d'une manière positive et respectueuse tant en personne qu'en ligne.
- Les élèves défendent leur point de vue et leur raisonnement mathématique tout en acceptant ceux des autres de manière constructive et responsable et comprennent comment ces échanges profitent autant à eux qu'aux autres membres de leur communauté d'apprentissage.



Apprentissages durables

Les mathématiques, un outil à cultiver

Le développement de connaissances et d'habiletés en mathématiques permet de comprendre notamment des démarches, des théorèmes, des concepts, des situations et leur application. Cette construction d'un savoir mathématique permet de se définir comme étant des citoyens qui croient en leur capacité à réaliser une tâche, un apprentissage, un défi avec succès, les motivant ainsi à s'engager dans l'action et à persévérer tout au long de leur vie pour atteindre leur objectif.

Les mathématiques, un outil pour voir les choses autrement

Les mathématiques sont vivantes, elles développent la capacité de penser de manière fluide et créative, de comprendre, d'interpréter et de représenter de façon logique divers phénomènes parfois imperceptibles ou abstraits, de les mettre en perspectives les uns par rapport aux autres et de les analyser sous un œil différent.

Les mathématiques, un outil indispensable pour comprendre le monde

Les mathématiques contribuent à l'analyse, à la compréhension, à l'interprétation et à la description du monde dans lequel nous vivons. Elles permettent notamment d'étudier des quantités, des ordres, des espaces, des nombres et des figures et les liens qui existent entre ceux-ci.

Les mathématiques, un outil transversal indispensable pour l'avancement de la société

Les mathématiques occupent une place importante dans notre quête d'innovations et de solutions aux divers enjeux auxquels nous faisons face dans l'avancement de notre société. Elles sont utilisées en lien avec d'autres disciplines pour comprendre, décrire et interpréter les phénomènes qui nous entourent et elles permettent aux chercheurs d'améliorer nos conditions de vie en innovant et développant de nouvelles technologies.

Les mathématiques, un outil indispensable dans tous les aspects de la vie quotidienne

Les mathématiques sont omniprésentes dans la société. Elles nous permettent de nous doter de connaissances et d'habiletés nécessaires pour analyser l'information dans divers contextes sociaux, personnels, économiques, politiques, culturels et environnementaux de façon critique afin de faire des choix et de prendre des décisions éclairées, éthiques et durables dans tous les aspects de la vie quotidienne.



Apprentissages

Apprentissages obligatoires :

Les limites

Grandes idées :

- Les limites peuvent décrire les valeurs des fonctions à mesure que les valeurs d'entrée s'approchent d'un nombre ou de l'infini.
- Les limites sont particulièrement utiles lorsque la valeur d'entrée ne fait pas partie du domaine d'une fonction.

- IC.1.1** Démontrer une compréhension du concept de limite.
- IC.1.2** Évaluer des limites pour analyser des fonctions.
- IC.1.3** Appliquer le concept de limite à la continuité d'une fonction.

Les dérivées

Grandes idées :

- La dérivée étend le concept de pente à la pente d'une courbe en un point donné.
- Une fonction dérivée peut nous aider à décrire la « forme » de la courbe avec cette dérivée.

- IC.2.1** Formuler la définition de la dérivée comme la pente d'une courbe en un point donné.
- IC.2.2** Élaborer et appliquer les règles de la dérivation.
- IC.2.3** Démontrer une compréhension d'une dérivation implicite.



Applications des dérivées

Grandes idées :

- L'application des dérivées peut nous aider à résoudre des problèmes en se fondant sur de nombreux autres modèles de fonctions de manière aussi exacte et efficace que celles reposant sur des modèles linéaires ou quadratiques.

- IC.3.1** Appliquer les dérivées pour résoudre des problèmes concernant le mouvement des particules.
- IC.3.2** Déterminer les caractéristiques d'une fonction en utilisant les dérivées pour tracer correctement la fonction.
- IC.3.3** Appliquer les dérivées pour résoudre des problèmes d'optimisation et de taux connexes.

Les intégrales

Grandes idées :

- L'intégration élargit l'aire de formes géométriques à l'aire située sous la courbe d'une fonction lorsque la hauteur d'une région change.
- Les dérivées et les intégrales sont inversement reliées.

- IC.4.1** Démontrer une compréhension de la relation entre l'anti-dérivation et l'intégration de fonctions.
- IC.4.2** Appliquer l'intégration pour résoudre des problèmes.
- IC.4.3** Démontrer et appliquer une compréhension de l'intégrale définie.



Apprentissages facultatifs:

- choix de quatre sujets
- les enseignants peuvent choisir parmi les sujets ci-dessous, ou développer leurs propres sujets avec résultats d'apprentissage

Nombres complexes et coordonnées polaires

Grandes idées :

- Tous les autres systèmes de nombres sont des sous-ensembles du système des nombres complexes.
- Les opérations et les propriétés applicables aux autres systèmes de nombres s'appliquent également au système des nombres complexes.
- Les nombres complexes peuvent être représentés sur un plan deux-dimensionnel sous forme rectangulaire ou polaire.

MA.1.1 Définir et effectuer des opérations avec des nombres complexes.

MA.1.2 Établir des liens entre les nombres complexes et les solutions d'équations quadratiques.

MA.1.3 Démontrer une compréhension des coordonnées polaires et de leurs graphiques.

MA.1.4 Établir des liens entre les nombres complexes et les coordonnées polaires.

Statistique

Grandes idées :

- À partir d'un échantillon de données, les statistiques peuvent servir à décrire un ensemble de données ou nous permettre de faire des prédictions concernant un ensemble de données en nous fondant sur la probabilité.
- La statistique permet d'explorer, de décrire, de modéliser et d'expliquer des données.
- La statistique permet de décrire la tendance centrale d'un ensemble de données et la dispersion des données.

MA.2.1 Démontrer une compréhension des concepts de mesure de tendance centrale et de dispersion.

MA.2.2 Démontrer une compréhension des distributions de probabilités, incluant la distribution binomiale.

MA.2.3 Découvrir et appliquer les propriétés d'une distribution normale.



Théorie des nombres

Grandes idées :

- De nombreuses idées s'appliquent correctement à tous les entiers, certaines ne s'appliquent qu'à des sous-ensembles d'entiers et d'autres encore ne s'appliquent qu'à un seul entier.
- Pour prouver que quelque chose est exact pour tous les entiers, une preuve d'une sorte ou d'une autre est nécessaire, car on ne peut pas soumettre tous les entiers à une vérification.

MA.3.1 Appliquer les techniques de preuves pour prouver des énoncés ou des théorèmes mathématiques.

MA.3.2 Explorer, établir et appliquer les propriétés des entiers.

MA.3.3 Représenter les nombres en différentes bases.

Matrices et systèmes d'équations

Grandes idées :

- La relation intrinsèque des quatre opérations dans leur application aux nombres est identique à leur relation intrinsèque lorsqu'elles sont appliquées aux matrices.
- L'écriture des coefficients et des constantes dans un système linéaire sous la forme d'une matrice est une façon de représenter le système et peut aider à trouver des solutions pour ce système.

MA.4.1 Démontrer une compréhension des matrices.

MA.4.2 Effectuer des opérations sur des matrices.

MA.4.3 Résoudre des systèmes d'équations en utilisant des matrices.

Géométrie à trois dimensions

Grandes idées :

- Il faut trois renseignements pour décrire un point dans un espace tridimensionnel.
- Les concepts algébriques développés pour la géométrie en deux dimensions peuvent être élargis à trois dimensions.

MA.5.1 Démontrer une compréhension de l'espace tridimensionnel.

MA.5.2 Représenter et analyser algébriquement et graphiquement des droites, des plans et des surfaces dans un espace tridimensionnel.



Vecteurs

Grandes idées :

- Quantités ayant à la fois une grandeur et une direction pouvant être représentées de manière efficace par un vecteur.
- Les vecteurs peuvent être représentés géométriquement et algébriquement, certaines idées concernant les vecteurs pouvant être plus faciles à voir avec une représentation qu'avec l'autre.

MA.6.1 Développer une compréhension des vecteurs et effectuer des opérations vectorielles de base.

MA.6.2 Démontrer une compréhension du produit scalaire et du produit vectoriel de vecteurs pour résoudre des problèmes.

MA.6.3 Développer et appliquer l'équation vectorielle d'une droite.

Sections coniques

Grandes idées :

- Le fait de considérer des sections coniques de façon géométrique rend certaines propriétés des sections coniques plus faciles à voir que si on y pense de façon algébrique, et vice versa.

MA.7.1 Représenter et analyser les sections coniques algébriquement et géométriquement.

MA.7.2 Démontrer une compréhension des foyers d'une section conique.

MA.7.3 Analyser une section conique du point de vue de son excentricité.

Ressources pour la mise en œuvre des programmes d'études

Des ressources pour la mise en œuvre des programmes d'études sont fréquemment ajoutées. Veuillez vous référer à https://www.edu.gov.mb.ca/m12/cadre/immersion/math/ressources/12e_annee.html pour voir les ressources clés particulières à cette ressource.