Solutions par domaine

M–1

Consolidation des acquis Solutions

1. Les paires de nombres (a, b) sont (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8).... La valeur de b est le double de la valeur de a.

2. a) Une des solutions possibles en utilisant les nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6 :

$$\frac{[6]}{[1]} - \frac{[2]}{[5]} - \frac{[3]}{[4]} \text{ est un peu plus grand que } \frac{[6]}{[1]} - \frac{[2]}{[4]} - \frac{[3]}{[5]}.$$

C’est plus grand parce que nous commençons par la plus grande fraction possible en utilisant le plus grand numérateur (6) et le plus petit dénominateur (1). Puis, on soustrait les plus petites fractions possibles créées en utilisant les petits nombres entiers restants (2 et 3) dans les numérateurs et les grands nombres entiers restants (4 et 5) dans les dénominateurs.

Une autre solution possible utilisant les entiers 4, 5, 6, 7, 8, 9 :

$$\frac{[9]}{[4]} - \frac{[5]}{[8]} - \frac{[6]}{[7]} \text{ est un peu plus grand que } \frac{[9]}{[4]} - \frac{[5]}{[7]} - \frac{[6]}{[8]}.$$

Justification similaire à celle qui précède.

[NE] Le travail des élèves sur cette question donne l’occasion de rappeler aux élèves le processus de soustraction des fractions. On pourrait demander aux élèves de comparer leurs réponses pour voir quel arrangement de nombres donne le plus grand résultat. On pourrait demander aux groupes d’élèves d’énoncer un processus pour déterminer le plus grand résultat, compte tenu d’un ensemble de 6 nombres quelconques.

b) Un des nombres possibles près de 0 en utilisant les nombres entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6 :

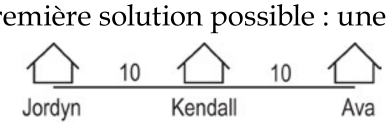
$$\frac{[3]}{[1]} - \frac{[4]}{[6]} - \frac{[5]}{[2]} \text{ est un peu plus près de 0 que } \frac{[6]}{[3]} - \frac{[4]}{[2]} - \frac{[1]}{[5]}.$$

Un des nombres possibles près de 0 en utilisant les nombres entiers 4, 5, 6, 7, 8, 9 :

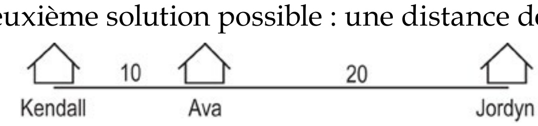
$$\frac{[9]}{[5]} - \frac{[8]}{[6]} - \frac{[4]}{[7]} \text{ est un peu plus près de 0 que } \frac{[9]}{[4]} - \frac{[8]}{[6]} - \frac{[5]}{[7]}.$$

3. Les réponses peuvent être tout nombre réel allant d’un minimum de 10 km à un maximum de 30 km. Voici trois réponses possibles ainsi que leurs diagrammes :

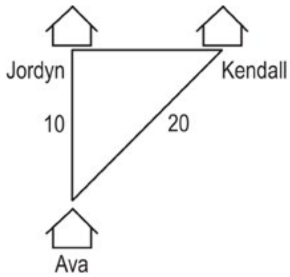
- première solution possible : une distance de 10 km sépare Kendall et Jordyn.



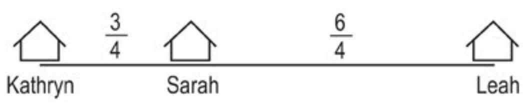
- deuxième solution possible : une distance de 30 km sépare Kendall et Jordyn.



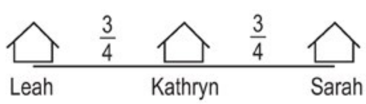
- troisième solution possible : une distance $\sqrt{300}$ ou 17,3 km sépare Kendall et Jordyn.



4. Les réponses peuvent être tout nombre réel allant d'un minimum de $\frac{3}{4}$ mille et un maximum de $2\frac{1}{4}$ milles. Ces deux réponses possibles sont présentées; les autres réponses ne montrent pas Kathryn, Sarah et Leah vivant toutes le long de la même droite.
   - première solution possible : une distance de $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ milles sépare Kathryn et Leah.



   - deuxième solution possible : une distance de $\frac{3}{4}$ mille sépare Kathryn et Leah.



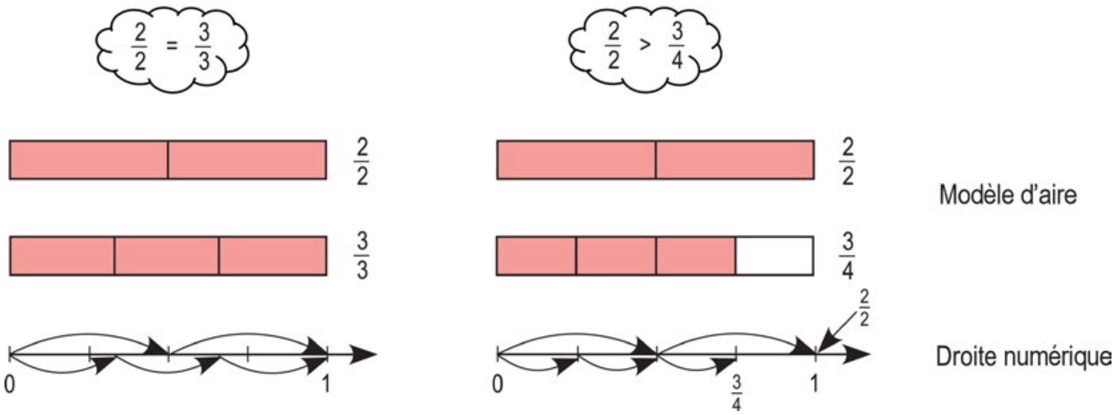
5. Le périmètre du ΔADC est de 25,04 m. L'aire du ΔABD est $\frac{6 \times 8}{2} = 24$ m^2, alors l'aire du ΔABD est 24 + 0,50(24) = 36 m^2. La hauteur du ΔABC est de 8 m et son aire de 36 m^2, de sorte que la longueur de la base du $\overline{BC}$ est de 9 m. Par conséquent, la longueur du $\overline{DC}$ est de 3 m. Selon le théorème de Pythagore, la longueur du $\overline{AD}$ est de 10 m. Toujours selon le théorème de Pythagore, la longueur du $\overline{AC}$ est de 12,04 m. Donc, le périmètre du ΔADC est de 3 + 10 + 12,04 m.

M–2

Consolidation des acquis
Solutions

1. Plusieurs solutions sont possibles. Voici un exemple :

   Si $a = 2$, alors $b > 3$. Par exemple, $a = 2$ et $b = 4$



   Autres réponses possibles :

a	2	2	3	3	6	6
b	4	5	5	6	10	11

2. a) Elle était vivante pendant 64 404 000 minutes. Hypothèses : naissance et décès au même moment de la journée. Il y a 31 années bissextiles dans sa vie. 122 ans × 365 jours/année = 44 530 jours; 31 jours supplémentaires (années bissextiles); et 164 jours.

   Durée totale : 44 530 + 31 + 164 = 44 725 jours ou 64 404 000 minutes.

   b) Millionième minute, pas tout à fait 2 ans :

   $1\ 000\ 000 \div 60 \div 24 = 694{,}4$ jours ou 1,901 année

   c) Milliardième minute, 1901 ans

   $1\ 000\ 000\ 000 \div 60 \div 24 = 694\ 444{,}4$ jours ou 1901 années

   [NE] Les élèves doivent discuter de la façon dont ils composeront avec les années bissextiles. Voici quelques possibilités : ils pourraient les ignorer, les compter ou supposer 365,25 jours par année pour inclure les années bissextiles.

3. Énoncé de Josée :

   a) Vrai pour $\frac{6}{9} < \frac{9}{10}$. La fraction dont le numérateur et le dénominateur diffèrent de 3 est inférieure à la fraction dont le numérateur et le dénominateur diffèrent de seulement 1.

   b) Pas vrai pour $\frac{4}{5} < \frac{90}{100}$. La fraction dont le numérateur et le dénominateur diffèrent de 1 est inférieure à la fraction dont le numérateur et le dénominateur diffèrent de 10.

4. Le diamètre est de 5,04 cm.

   $\pi \times r^2 = 20$

   $r = \sqrt{\frac{20}{\pi}} = 2{,}52$ cm, alors le diamètre est 5,04 cm.

5. La grande pizza est une meilleure offre. Compare les aires aux diamètres indiqués.

   Aire de la pizza de 18 po = $\pi(9)^2 = 254{,}47$ po^2

   Aire de la pizza de 12 po = $\pi(6)^2 = 113{,}10$ po^2

   L'aire de deux pizzas moyennes est de 226,20 po^2, ce qui n'est pas autant que celle d'une grande pizza.

   [NE] Discutez des hypothèses au sujet de la mesure d'une pizza de 12 po ou de 18 po (c.-à-d. **diamètre**, rayon, circonférence, aire). Discutez des façons de comparer les pizzas pour déterminer la meilleure offre (c.-à-d. **aire**, nombre de tranches, rayon, diamètre, circonférence).

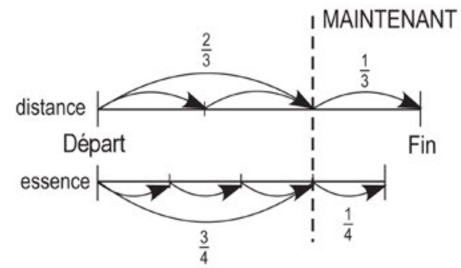
6. a) Elle voulait B et C. Un agrandissement doit maintenir le mêmes rapports de largeur et de longueur, de sorte que l'image ne se déforme pas. Les images ayant les mêmes rapports de largeur et de longueur sont de 10 sur 12 et 8 sur 9,6. Ils ont tous deux un rapport largeur/hauteur de $0{,}8\overline{3} : 1$.

   $$0{,}8\overline{3} = \frac{10}{12} = \frac{8}{9{,}6}$$

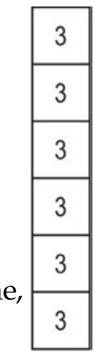
   b) La longueur de la photo agrandie mesure 43,2 cm.

Consolidation des acquis Solutions

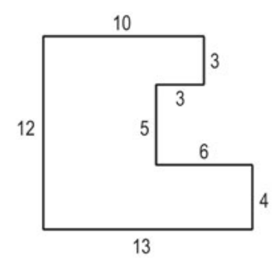
1. Gilles manquera d'essence. Il a parcouru les deux tiers du trajet et utilisé plus des deux tiers d'un réservoir d'essence. Il a utilisé les trois quarts d'un réservoir d'essence et $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$. On suppose que le taux de consommation d'essence du véhicule restera le même pour la dernière partie du voyage.



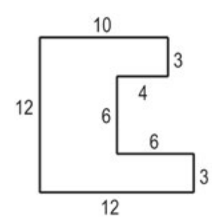
2. Au début, il y avait 18 biscuits dans le sac. Travaillons à rebours, il y avait...
   - 3 biscuits de reste pour la sixième personne,
   - 6 biscuits avant que la cinquième personne n'en mange le demi,
   - 9 biscuits avant que la quatrième personne n'en mange le tiers,
   - 12 biscuits avant que la troisième personne n'en mange le quart,
   - 15 biscuits avant que la deuxième personne n'en mange le cinquième,
   - 18 biscuits avant que la première personne n'en mange le sixième.



3. Les longueurs manquantes doivent être estimées. Les estimations varieront en fonction des contraintes de la figure.
   a) D'après ces mesures, l'aire est de 117 unités^2.
   b) D'après ces mesures, le périmètre est de 56 unités.
   c) L'aire peut être déterminée en divisant la figure en trois rectangles horizontaux avec des aires de 30, 35 et 52 unités^2.



   a) D'après ces mesures, l'aire est de 102 unités^2.
   b) D'après ces mesures, le périmètre est de 56 unités.
   c) L'aire peut être déterminée en soustrayant l'aire du coin en L (6 + 36) de l'aire du carré de côté 12.



[NE] Selon les contraintes, la somme des mesures des côtés horizontaux doit être 16. La somme des côtés verticaux doit être 12. Si les élèves estiment et calculent selon les contraintes, le périmètre sera toujours de 56 unités. Bien qu'ils puissent choisir de les utiliser, les élèves ne sont pas limités à des côtés dont la mesure est un nombre entier. Cette question pourrait mener à une discussion sur le domaine et l'image (p. ex. « Quelles sont les valeurs possibles? »).

4. Deux solutions différentes :

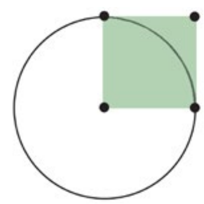
Le volume peut être de 47,15 po^3. Soit la circonférence du cylindre la largeur entière du papier de 8,5 pouces. La relation $C = \pi(d)$ signifie que le diamètre des cercles du haut et du fond doit être inférieur ou égal à 2,7056… pouces (division : $8,5 \div \pi$).

En fractions de pouces, le diamètre peut être $2\frac{11}{16}$ pouces. Cela signifie que la hauteur du cylindre peut être $8\frac{5}{16}\left(\text{en soustrayant} : 11 - 2\frac{11}{16}\right)$. Le calcul du volume serait

$\pi \times \left(1\frac{11}{32}\right)^2 \times 8\frac{5}{16}$.

Le volume pourrait également être de 48,11 po^3. Soit la circonférence du cylindre la largeur entière du papier de 11 pouces, puis le diamètre est alors inférieur ou égal à 3,5014… pouces. Soit un diamètre de 3,5 po, ce qui donne au cylindre une hauteur de 5 po. Le calcul du volume serait $\pi \times (1{,}75)^2 \times 5$.

5. Un peu plus de 3 carrés s'insèrent dans le cercle (exactement π carrés).



[NE] Les élèves pourraient découper les 4 carrés tracés sur du papier isométrique pour déterminer qu'un peu plus de 3 carrés s'insèrent dans le cercle. S'ils utilisent du papier isométrique, ils pourraient faire une estimation plus précise (plus de 3 et un dixième, ou près de 3 et quatorze centièmes). Ils devraient alors faire le lien entre les aires découpées et les formules algébriques pour les aires. Le rapport entre l'aire du cercle et l'aire du carré est $\pi r^2 : r^2$.

6. La circonférence est généralement plus longue que la hauteur d'une tasse à café. Utilise tes doigts pour comparer les hauteurs et les circonférences; la plupart des gens ne pourront pas enrouler leurs doigts autour de la circonférence d'une tasse, mais ils pourront étirer leurs doigts au-delà de sa hauteur. La distance autour du rebord (circonférence) est d'environ 3 (ou exactement π) fois plus grande que la distance d'un bord à l'autre de la tasse (son diamètre).

[NE] Plutôt que de fournir des règles, les enseignants pourraient permettre aux élèves d'utiliser uniquement leurs mains ou d'autres référents.

7. Voici trois des nombreuses réponses possibles :

$4 \times 30 \times 21 = 2520$ cm^3

$7 \times 24 \times 15 = 2520$ cm^3

$2 \times 13 \times 96 = 2496$ cm^3

8. Dylan pourrait :

   a) construire un prisme rectangulaire (boîte), une pyramide à base rectangulaire, un prisme à base triangulaire et certaines faces carrées, ou un polyèdre avec certaines faces carrées, ou

   b) **ne pas** construire un cylindre (sauf si la forme donnée peut être pliée autour d'une extrémité courbée), une sphère, un cône ou un polygone ordinaire (autre qu'un cube si la forme donnée est un carré)

9. Si la largeur est représentée par x, la longueur est de $2x$ et la hauteur est de $4x$. Les expressions algébriques décrivant les caractéristiques du prisme à base rectangulaire peuvent comprendre ce qui suit :

Si		$\boxed{l = x}$ $L = 2x$ $h = 4x$	$l = \frac{n}{2}$ $\boxed{L = n}$ $h = 2n$	$l = \frac{H}{4}$ $L = \frac{H}{2}$ $\boxed{h = H}$
alors	Aire de base =	$2x^2$	$\frac{n^2}{2}$	$\frac{H^2}{8}$
	Aire totale =	$28x^2$	$7n^2$	$\frac{7H^2}{4}$
	Volume =	$8x^3$	n^3	$\frac{H^3}{8}$

[NE]$_1$ On pourrait demander aux élèves de comparer ces différentes expressions et de décrire ce qu'ils remarquent.

[NE]$_2$ Là où les élevés sont prêts, on pourrait leur demander de déterminer des expressions pour les diagonales. Dans le cas du premier exemple ci-dessus, l'expression pour la longueur de la diagonale est $\sqrt{x^2 + (2x)^2 + (4x)^2} = x\sqrt{21}$ et, dans la cas du deuxième exemple, l'expression pour la longueur de la diagonale est $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

10. Cylindre avec rayon, r, et hauteur de 4. Les expressions algébriques décrivant ses caractéristiques comprennent :

    Aire de la base circulaire = πr^2

    Volume = $4\pi r^2$

    Aire totale = $\left[2\left(\pi r^2\right) + 2\pi r(4)\right]$ **ou** $\left[2\pi r^2 + 8\pi r\right]$ **ou** $\left[2\pi r(r + 4)\right]$

11. Les entrées du tableau montrent des cubes de taille croissante.

Longueur d'arête	Aire totale	Volume	Rapport aire totale : volume	Comparaison : rapport aire totale : volume
1	6 x 1 = 6	$1^3 = 1$	6 : 1	6 : 1
2	6 x 4 = 24	$2^3 = 8$	24 : 8	6 : 2
3	6 x 9 = 54	$3^3 = 27$	54 : 27	6 : 3
4	6 x 16 = 96	$4^3 = 64$	96 : 64	6 : 4
5	6 x 25 = 150	$5^3 = 125$	150 : 125	6 : 5

a) La prochaine longueur d'arête de 6 cm aura un rapport $\frac{\text{aire totale}}{\text{volume}}$ de $\frac{6}{6}$ ou 1.

b) Le rapport de $\frac{\text{aire totale}}{\text{volume}}$ est plus grand que 1 pour les longueurs d'arête inférieures à 6 tandis qu'il est plus petit que 1 pour les longueurs d'arête supérieures à 6.

c) Quand la longueur d'arête est de 100, le rapport *aire totale : volume* est 60 000 : 1 000 000 = 6 : 100.

d) Lorsque la longueur d'arête est n, le rapport *aire totale : volume* est $6 : n$ étant donné que $\frac{\text{aire totale}}{\text{volume}} = \frac{6n^2}{n^3} = \frac{6}{n}$.

e) Le rapport *aire totale : volume* d'un cylindre est de hauteur r est $4 : r$.

12. Tout d'abord, tu dois décider comment déterminer ce que signifie « convient le mieux ». Puisque les chevilles sont de la même taille, il est possible de comparer la différence d'aire entre le trou et la cheville. Plus la différence est faible, mieux cela « ira ». C'est cette signification de « convient le mieux » qu'utilise la solution suivante. Étant donné que les carrés sont de la même taille, tu peux utiliser un sens différent ou faire une comparaison.

La première figure montre une cheville ronde dans un trou carré. Le rayon de la cheville est r et chaque côté du carré est $2r$. La différence d'aire entre le trou et la base de la cheville est $(2r)^2 - \pi r^2 = (4 - \pi)r^2 = (0{,}858...)r^2$. La deuxième figure montre une cheville carrée dans un trou rond. Le rayon du trou est r. Le diagonale du carré est de $2r$, ce qui signifie que la longueur de chaque côté est $\sqrt{2}r$ (selon le théorème de Pythagore). La différence d'aire entre le trou et la base de la cheville est $\pi r^2 - 2r^2 = (\pi - 2)r^2 = (1{,}141...)r^2$. Selon notre définition de « convient le mieux », la cheville ronde dans un trou carré « convient le mieux ».

[NE] Il se peut que les élèves trouvent différentes façons de déterminer ce qui « convient le mieux ». À des fins de comparaison, ils pourraient, par exemple, conserver la même taille de carré. Dans ce cas, la différence d'aire (trou rond − cheville carrée) est $\pi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}s\right)^2 - s^2 = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)s^2 = (0,570...)s^2$. La différence d'aire (trou carré − cheville ronde) est $s^2 - \pi\left(\frac{s}{2}\right)^2 = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)s^2 = (0,214...)s^2$. À nouveau, la cheville ronde dans un trou carré « convient le mieux ».

M–4

Consolidation des acquis
Solutions

1. Il y a plusieurs solutions, y compris :

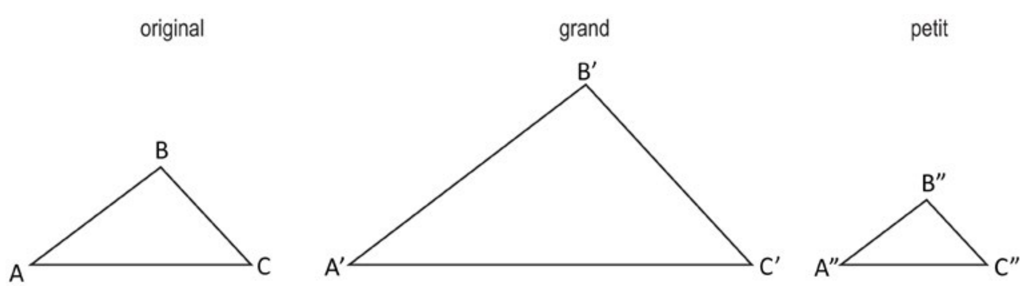
   $\frac{17}{68} = 0,25$ $\frac{36}{48} = 0,75$ $\frac{72}{16} = 4,50$

2. Le moins grand nombre de personnes sondées est 125.

   93,6 % pourrait être 93,6 sur 100, mais il n'est pas possible d'avoir 0,6 personne. Il pourrait s'agir de 936 sur 1000, mais cela ne représente pas le nombre le moins élevé. Simplifie la fraction $\frac{936}{1000} = \frac{117}{125}$. Il pourrait y avoir aussi peu que 117 personnes sur 125 qui ont répondu au sondage.

3. La longueur du boyau est de 46,5 m (distance $\overline{EC}$). Utilise le théorème de Pythagore pour déterminer que $\overline{AB}$ mesure 15 m. Ensuite, utilise le théorème de Pythagore avec ΔABC pour déterminer que $\overline{BC}$ mesure 36 m. Utilise de nouveau le théorème de Pythagore avec ΔECD pour déterminer que la longueur du $\overline{EC} = \sqrt{15^2 + 44^2} = 46,5$ m.

4. Tous les angles du plus grand triangle ont la même mesure que ceux de l'original. Tous les angles du plus petit triangle ont eux aussi la même mesure que ceux de l'original. Dans l'exemple donné, la longueur de tous les côtés du grand triangle est le double du côté correspondant du triangle original. La longueur de tous les côtés du petit triangle est les deux tiers du côté correspondant du triangle original.

   [NE] On pourrait demander à certains élèves de tracer des triangles rectangles, car ils peuvent être plus faciles à dessiner sous forme d'agrandissements ou de réductions. Certains élèves peuvent dessiner des formes semblables en utilisant le fait que les angles doivent être identiques plutôt que de remarquer cette relation après avoir dessiné les triangles.

   Une découpure du triangle original pourrait être utilisée pour créer un agrandissement ou une réduction en utilisant les angles de la découpure pour tracer les angles d'un triangle agrandi (ou réduit). On pourrait suggérer aux élèves de dessiner les triangles sur du papier quadrillé. Ils pourraient ensuite utiliser les lignes de grille pour s'assurer que les formes sont des agrandissements ou des réductions.

5. a) L'aire du ΔAKL est de 72 unités^2. On te donne l'aire du carré, qui est de 64 unités^2, de sorte que la longueur du côté du carré BCDE est de 8 unités. Soit h la hauteur du ΔAKL. Compare les aires où l'aire du ΔACD = 2 fois l'aire du carré BCDE, puis $8(8 + h) \div 2 = 2(64)$, donc $h = 24$ unités. Vu que $h = 24$ et que $m\ \overline{KL} = 6$ unités est donné, l'aire du ΔAKL est de $6 \times 24 \div 2 = 72$ unités^2.

   b) L'aire du trapèze KCDL est de 126 unités^2. L'aire du carré BCDE est de 144 unités^2, de sorte que la longueur des côtés du carré est de 12 unités et que l'aire du ΔACD est de 288 unités^2. Soit h la hauteur du ΔAKL tel qu'en a) ci-dessus. L'aire du ΔACD = 2 fois l'aire du carré BCDE, $12(12 + h) \div 2 = 2(144)$, donc $h = 36$ unités.

   On peut déterminer l'aire du trapèze KCDL de deux façons, soit l'aire du ΔACD − l'aire du ΔAKL ou à l'aide de la formule $\left(\dfrac{\overline{CD} + \overline{KL}}{2}\right) \times$ hauteur.

   Premier calcul : L'aire du trapèze $= \text{l'aire du } \Delta\text{ACD} - \text{l'aire du } \Delta\text{AKL}$

   $$= 288 - \overline{KL} \times 36 \div 2$$

   $$= 288 - 18\overline{KL}$$

   Second calcul : l'aire du trapèze $= \left(\dfrac{12 + \overline{KL}}{2}\right) \times 12$

   $$= 72 + 6\overline{KL}$$

   Vu que les deux expressions sont égales, on peut formuler l'égalité et la résoudre.

   $$288 - 18\overline{KL} = 72 + 6\overline{KL}$$

   $$216 = 24\overline{KL}$$

   $$9 = \overline{KL}$$

   L'aire du trapèze est donc $72 + 6\overline{KL} = 126$ unités^2.

[NE] Il est important de laisser les élèves réfléchir à ce problème et le résoudre. Il y a d'autres façons de le résoudre (qui pourraient même être préférables). Par exemple, pour la partie (a), un élève pourrait déterminer l'aire du ΔCBK =l'aire du ΔDEL = $1 \times 8 \div 2 = 4$ unités carrées, puis soustraire les aires connues pour déterminer que l'aire du ΔAKL est 72 unités carrées. Pour la partie (b), des triangles semblables pourraient être utilisés après avoir tracé la hauteur à partir de A jusqu'au point milieu du $\overline{CD}$. (Étiquette-le F.) On peut établir que la hauteur, $\overline{AF}$, est de 48 unités. La hauteur $\overline{AF}$ peut être calculée à l'aide de l'aire du ΔACD, qui est $12 \times \overline{AF} \div 2 = 228$. Vu que aire du ΔAFD ~ aire du ΔDEF, donc $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{FD}} = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{EL}}$, et donc $\overline{EL} = 1{,}5$ unité.

On peut déterminer l'aire du trapèze en soustrayant les aires :

$144 -$ aire du ΔDEL $-$ aire du ΔCBK $= 144 - 9 - 9 = 126$ unités^2.

A–1

Consolidation des acquis
Solutions

1. Voici quelques réponses possibles :

	Ressemblances	Différences
2^4 et 4^2	■ mêmes chiffres (2 et 4) ■ même forme (puissances) ■ même valeur (16)	■ bases différentes ■ exposants différents
3^2 et 2^3	■ mêmes chiffres (2 et 3) ■ même forme (puissances)	■ bases différentes ■ exposants différents ■ différentes valeurs (9 et 8)

2. PGCD
   a) Facteurs de 32 : {1,2,4,8,16,32}; Facteurs de 8 : {1,2,4,8}, le PGCD est 8
   b) Facteurs de 24 : {1,2,3,4,6,8,12,24}; Facteurs de 18 : {1,2,3,6,9,18}, le PGCD est 6

3. PPMC
   a) Multiples de 32 : 32, 64, 96, 128… Multiples de 8 : 8, 16, 24, 32, 40, 48… le PPMC est 32
   b) Multiples de 12 : 12, 24, 36, 48… Multiples de 18 : 18, 36, 54, 72… le PPMC est 36

4. Voici quelques réponses possibles :
   tuiles de côté 1 : $112 \times 84 = 9408$ tuiles
   tuiles de côté 2 : $56 \times 42 = 2352$ tuiles
   tuiles de côté 4 : $28 \times 21 = 588$ tuiles
   tuiles de côté 7 : $16 \times 12 = 192$ tuiles
   tuiles de côté 14 : $8 \times 6 = 48$ tuiles
   tuiles de côté 28 : $4 \times 3 = 12$ tuiles
   Le moins grand nombre de tuiles que Sara pourrait utiliser est 12.

   [NE] Les élèves pourraient être amenés à relier le PGCD et la solution à ce problème. Le PGCD de 112 et de 84 est 28. Donc une tuile de côté 28 cm est la plus grande tuile qui convient aux deux dimensions.

5. Divisibilité

   a) Les réponses possibles sont {60, 120, 180, 240, 300, 360, 400…}. Le plus petit nombre possible est 60.

   $$\underbrace{(2)\overbrace{(3)(2)}^{6}}_{4}(5) = 60 \quad \text{(4 est inclus car } 2 \times 2 = 4\text{; 6 est inclus car } 2 \times 3 = 6\text{)}$$

   b) Le plus petit nombre divisible par tous les nombres de 1 à 20 est {232 792 560}. C'est le produit des facteurs 5, 7, 9, 11, 13, 16, 17 et 19.

6. S'il y a 20 élèves et 20 casiers, les casiers 1, 4, 9 et 16 restent ouverts et les casiers 12, 18 et 20 sont les plus touchés, soit à 6 reprises chacun.

   [NE] On pourrait demander aux élèves d'étendre ce problème à 100 élèves et à 100 casiers. Les casiers 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 et 100 restent ouverts.

   Les casiers laissés ouverts ont des numéros qui correspondent à des nombres carrés, parce que les nombres carrés ont un nombre impair de facteurs (c.-à-d. que 16 a cinq facteurs, soit 1, 2, 4, 8 et 16). Tous les autres nombres (y compris les nombres premiers) ont un nombre pair de facteurs (c.-à-d. que 7 a 2 facteurs, soit 1 et 7, et que 12 en a 6, soit 1, 2, 3, 4, 6 et 12). Les casiers les plus souvent touchés ont des numéros qui correspondent à des nombres qui ont le plus grand nombre de facteurs.

7. Ensembles

   a) Voici certaines des réponses possibles :

      Observations :

      « Ce sont tous des nombres carrés. »

      « Les différences entre les nombres augmentent par 2 chaque fois. »

      « Les nombres alternent entre pair et impair. »

      Questions :

      « D'autres éléments pourraient-ils être inclus dans l'ensemble? 225? »

      « Pourquoi commence-t-il à 36 et arrête-t-il à 121? »

   b) Ces nombres sont tous 1 de moins que ceux de l'ensemble A. La différence entre les nombres augmente aussi par 2 chaque fois et ces différences sont les mêmes que celles de l'ensemble A. Les nombres alternent entre pair et impair.

   c) Ces nombres sont tous 16 de moins que ceux de l'ensemble A. La différence entre les nombres augmente aussi par 2 chaque fois et ces différences sont les mêmes que celles de l'ensemble A. Les nombres alternent aussi entre pair et impair.

Consolidation des acquis Solutions

1. Voici quelques réponses possibles :

   a) $\frac{14}{10}, \frac{141}{100}, \frac{1414}{1000}, \frac{...}{...}, \frac{14}{10}, \frac{13}{10}, \frac{12}{10}, \frac{11}{10}, \frac{7}{5}, \frac{6}{5}, \frac{4}{3}$

   b) $\frac{17}{10}, \frac{173}{100}, \frac{1732}{1000}, \frac{...}{...}, \frac{16}{10}, \frac{8}{5}$

   c) $\frac{22}{10}, \frac{223}{100}, \frac{2236}{1000}, \frac{...}{...}, \frac{22}{10}, \frac{21}{10}, \frac{11}{5}, \frac{17}{8}$

2. Voici quelques réponses possibles :

   $0 + 1 + 4 = 2 + 3$

   $4 - (2 + 1) = 3^0$

   $3 \div (2 + 1) = 4^0$

3. La longueur de l'hypoténuse du troisième triangle (la cathète du quatrième triangle) est de 2 unités (10 cm).

   La longueur de l'hypoténuse du huitième triangle (la cathète du neuvième triangle) a 3 unités (15 cm).

   Les longueurs des hypoténuses des triangles 3, 8, 15 et 24 auront des unités entières (multiples de 5 cm).

   Les longueurs des cathètes des triangles 4, 9, 16 et 25 auront des unités entières (multiples de 5 cm).

4. Carrés :

   a) Oui, les piles de carrés sont de la même hauteur. Détermine la longueur des côtés à l'aide d'une calculatrice.

   $\sqrt{45} \cong 6{,}708$

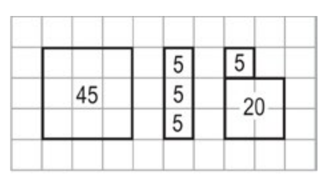
   $\sqrt{5} \cong 2{,}236$

   $\sqrt{20} \cong 4{,}472$

   $\sqrt{20} + \sqrt{5} \cong 4{,}472 + 2{,}236 \cong 6{,}708$

   OU

   Détermine la hauteur à l'aide d'un modèle visuel avec $\square$ = 5.



b) Voici quelques réponses possibles pour les carrés ayant la même hauteur qu'un carré dont l'aire est de 72 unités^2 : (3 carrés avec une aire de 8 unités^2), (1 carré avec une aire de 8 unités^2 et 1 carré avec une aire de 32 unités^2).

[NE] Pour la partie (a), la simplification du radical $\sqrt{45} = 3\sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{20}$ est une justification qui correspond à un niveau de fin de la 10^e année. **Il n'est donc pas encore nécessaire de la démontrer de cette façon.** D'autres réponses peuvent comparer des longueurs et/ou des aires en divisant des grands carrés en plusieurs petits carrés.

5. Fractions périodiques :

a) Exprime sous forme de fraction, 0,3333… est $\frac{3}{9}$ ou $\frac{1}{3}$.

Résous l'équation : Soit $x = 0{,}3333\ldots$

$$10x = 3{,}3333\ldots$$

$$10x = 3 + x$$

$$9x = 3$$

$$x = \frac{3}{9}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

b) Crée et résous des équations :

i) Soit x = 0,636363…

$$100x = 63{,}636363...$$

$$100x = 63 + x$$

$$99x = 63$$

$$x = \frac{63}{99}$$

$$x = \frac{7}{11}$$

ii) Soit x = 5,454545…

$$100x = 545{,}4545...$$

$$100x = 540 + x$$

$$99x = 540$$

$$x = \frac{540}{99}$$

$$x = \frac{60}{11}$$

A–3

Consolidation des acquis
Solutions

1. $2^2 = 4$

   $3^2 = 9 = 4 + 5$

   $4^2 = 16$

   $5^2 = 25 = 12 + 13$

   La somme de deux nombres consécutifs est toujours impaire. Le carré d'un nombre pair est toujours pair. La régularité n'est donc pas possible avec le carré des nombres pairs. Le carré d'un nombre impair est toujours impair, et tout nombre impair peut s'écrire comme la somme de deux nombres consécutifs (c.-à-d.: Pour un nombre impair quelconque, le premier nombre consécutif correspond à la moitié du nombre pair qui précède le nombre impair en question.). Cette régularité fonctionne toujours avec le carré d'un nombre impair.

2. Voici une réponse possible :

   $\sqrt{9} \qquad \sqrt{16} \qquad \sqrt{2+7} \qquad \sqrt{4}+5 \qquad \sqrt[2]{8}$

3. 2 000 000 000

   Il est facile de multiplier les puissances de 10 mentalement. Le produit de chaque paire de 2 et de 5 est 10. Détermine le nombre de paires de 2 et de 5.

   $$\left(5^4\right)\left(20^5\right) = (5)^4(5 \cdot 2 \cdot 2)^5 = 5^4 \cdot 5^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 = 5^9 \cdot 2^9 \cdot 2 = 2 \cdot 10^9$$

   Il existe de nombreuses autres paires de nombres. Voici deux exemples :

   $$\left(35^2\right)\left(2^2\right) = (5 \cdot 7)^2 \cdot 2^2 = 5^2 \cdot 7^2 \cdot 2^2 = (70)^2 = 4900$$

   $$\left(2^6\right)\left(5^8\right) = 2^6 \cdot 5^6 \cdot 5^2 = (2 \cdot 5)^6 \cdot 5^2 = 10^6 \cdot 25 = 25\,000\,000$$

4. Expressions

   a) Voici quelques réponses possibles :

   $$(0)(6)^{(7)} = (0)(8)^{(4)}, (2)(4)^{(5)} = (4)(2)^{(9)}, (9)(3)^{(7)} = (3)(9)^{(4)}$$

   b) Voici quelques réponses possibles : $(1)(5)^{(3)}, (4)(3)^{(5)}, (8)(2)^{(6)}$

5. Les réponses varieront selon l'interprétation du « résultat élevé ». Voici quelques réponses :

   $(1)\left(4^5\right) = 1024$, $(1)\left(5^4\right) = 625$, ou $(2)\left(3^5\right) = 486$.

A–4 Consolidation des acquis Solutions

1. Modèle d'aire :

   a) 26×14 :

	20	6
10	200	60
4	80	24

	50	1
10	500	10
2	100	2

   b) produit : $200 + 60 + 80 + 24 = 364$

   c) Une réponse possible est $51 \times 12 = 612$.

2. Modèle d'aire :

	$\boxed{3x}$	7
$2x$	$6x^2$	$\boxed{14x}$
$\boxed{2}$	$\boxed{6x}$	14

   Le produit représenté est $(3x + 7)(2x + 2)$.

   Le produit équivaut à $6x^2 + 14x + 6x + 14$ ou $6x^2 + 20x + 14$.

3. Modèle d'aire :

	$6x^3y^2$	$5x^2y$
3	$18x^3y^2$	$15x^2y$
$5x^3y$	$30x^6y^3$	$25x^5y^2$

$$\left[6x^3y^2 + 5x^2y\right]\left[3 + 5x^3y\right] = 18x^3y^2 + 15x^2y + 30x^6y^3 + 25x^5y^2$$

4. Prismes à base rectangulaire :

   a) Aire de la surface = 78 m^2 : $\left[2(5)(3) + 2(3)(3) + 2(5)(3)\right]$

   Le volume est de 45 m^3 : $(5)(3)(3)$

   b) $\left[2(5 - x)(2x - 1)\right] + \left[2(5 - x)(2x + 1)\right] + \left[2(2x + 1)(2x - 1)\right] = 40x - 2$

   c) $(2x + 1)(2x - 1)(5 - x) = -4x^3 + 20x^2 - x - 5$

d) Une hauteur de $(5 - x)$ est possible si $x < 5$.

Une longueur de $(2x + 1)$ est possible si $x > \frac{-1}{2}$.

Une longueur de $(2x - 1)$ est possible si $x > \frac{1}{2}$.

Donc, x doit être inférieur à 5, mais supérieur à $\frac{1}{2}$.

Les seules valeurs entières possibles de x sont {1, 2, 3, 4}.

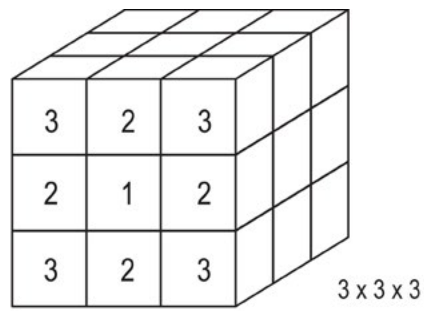
5. Voici deux des réponses possibles :

a) $[3x + 8][x + 3] = 3x^2 + 17x + 24$

b) $[3x + 12][x + 2] = 3x^2 + 18x + 24$

6. Cubes peints :

a) Construis (ou esquisse) un cube d'arête 3 composé de 27 plus petits cubes.



b) Orange

i) Nombre de cubes peints sur 1 face : 6 (un sur chacune des faces du grand cube)

ii) Nombre de cubes peints sur 2 faces : 12 (4 à l'avant, 4 au milieu et 4 à l'arrière)

iii) Nombre de cubes peints sur 3 faces : 8 (coins du grand cube)

iv) Nombre de cubes peints sur 4 faces : 0

v) Nombre de cubes peints sur 0 face : 1 (le petit cube au centre du grand cube)

c) Ce tableau montre le nombre de faces peintes pour les autres tailles de cubes.

Cube peint	1 face peinte	2 faces peintes	3 faces peintes	4 faces peintes	0 face peinte
3 x 3 x 3	6	12	8	0	1
4 x 4 x 4	24	24	8	0	8
5 x 5 x 5	54	36	8	0	27

Ce que les élèves pourraient remarquer :

- « Il n'y a jamais plus de 3 faces peintes. »
- « Il y a toujours le même nombre de cubes avec 3 faces peintes. »
- « Le nombre de cubes avec 2 faces augmente de 12 chaque fois que les dimensions du cube augmentent de 1. »

Voici certaines questions que les élèves pourraient se poser :

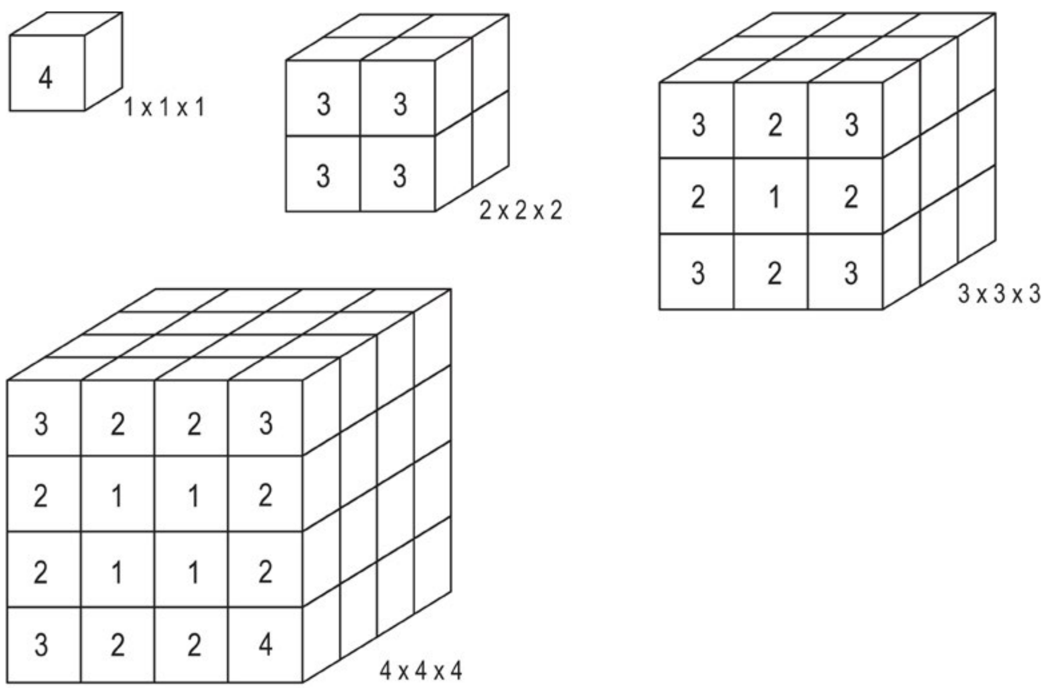
- « Un cube d'arête 1 ou un cube d'arête 2 correspond-il à la même régularité? »
- « Existe-t-il une règle générale qui peut décrire le nombre de cubes et le nombre de faces peintes? »

d) Le cube général d'arête n :

Cube peint	1 face peinte	2 faces peintes	3 faces peintes	4 faces peintes	0 face peinte
$n \times n \times n$	$6(n - 2)^2$	$12(n - 2)$	8	0	$(n - 2)^3$

Les expressions algébriques du cas général peuvent sembler différentes, mais, une fois simplifiées, devraient correspondre à celles du tableau. Pour un cube d'arête n, voici le nombre de cubes ayant les caractéristiques suivantes :

- 1 face peinte sur chacune des 6 faces est $(n - 2)(n - 2)$.
- 2 faces peintes sur chacune des 12 faces est $(n - 2)$.
- 3 faces peintes sur chacun des 8 coins.
- 4 faces peintes est 0. Il n'y a jamais plus de 3 faces peintes (un cube d'arête 1 est l'exception).
- 0 face peinte sur le cube à l'intérieur des cubes qui forment la couche extérieure de cubes d'arête $(n - 2)$.



A–5

Consolidation des acquis
Solutions

1. Détermine deux nombres entiers qui :
   a) ont un produit de 24 : Les réponses possibles sont 1, 24 ou 2, 12 ou 3, 8 ou 4, 6 ou −1, −24 ou −2, −12 ou −3, −8 ou −4, −6.
   b) ont une somme de −13 : Voici quelques réponses possibles : 0, −13 ou −1, −12 ou −5, −8 ou 1, −14 ou −3, 16 ou ….
   c) ont un produit de 24 et une somme de 11 : 8 et 3
   d) ont un produit de 15 et une somme de −8 : −3 et −5

2. Les sommes 19, 11, 9, -19, -11, -9 correspondent aux expressions 1 + 18, 2 + 9, 3 + 6, −1 + (−18), (−1) + (−18) et (−1) + (−18).

3. Les différences −11, −4, −1, 1, 4, 11 correspondent aux expressions 1 − 12, 2 − 6, 3 − 4, 4 − 3, 6 − 2 et 12 − 1.

4. −18, puisque le produit correspond aux expressions : −18 × 1, −9 × 2, −6 × 3, −3 × 6, −2 × 9 et −1 × 18.

5. $(3x + 5)(2x + 2)$ est équivalent au trinôme $6x^2 + 16x + 10$.

6. Équations :
   a) $4x + 8 = \boxed{4}(x + 2)$
   b) $\boxed{6}x^2 + 12x = \boxed{6x}(x + 2)$
   c) $\left(2x^2 + \boxed{6}x + 3\right)\left(\boxed{2}x + \boxed{4}\right) = 4x^3 + 20x^2 + 30x + 12$
   d) $12x + 9 = \boxed{3}\left(\boxed{4x} + \boxed{3}\right)$

7. Produits binomiaux et expressions trinomiales :
   a) Les coefficients sont 4 ou 8.

      $(n-2)(n+6) = n^2 + 4n - 12$ ou $(n+2)(n+6) = n^2 + 8n + 12$

   b) Les coefficients sont −6 ou 0.

      $(x-3)(x-3) = x^2 - 6x + 9$ ou $(x-3)(x+3) = x^2 - 9$

   c) Les coefficients sont −1, 1, −9 ou 9.

      $(a-5)(a+4) = a^2 - a - 20$ ou $(a+5)(a-4) = a^2 + a - 20$

      ou $(a-5)(a-4) = a^2 - 9a + 20$ ou $(a+5)(a+4) = a^2 + 9a + 20$

   d) Les coefficients sont 13 ou −7.

      $(2b+3)(b+5) = 2b^2 + 13b + 15$ ou $(2b+3)(b-5) = 2b^2 - 7b - 15$

Ce que les élèves pourraient remarquer :

- « Dans les trois premiers, les coefficients du terme moyen constituent la somme des constantes des binômes. »
- « Les variables des trois premiers ont des facteurs binomiaux avec des coefficients de 1. »

Voici certaines choses que les élèves pourraient se demander :

- « Pourquoi le quatrième est-il différent? »
- « Y a-t-il un motif qui correspond au quatrième? »

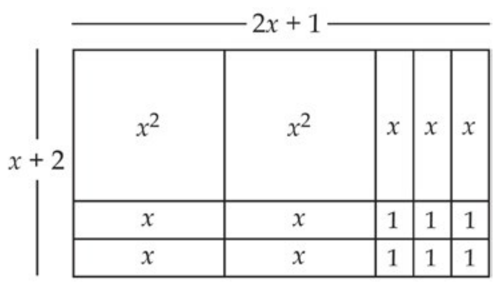
8. Détermine deux nombres qui :

   a) ont un produit de 36 et une somme de −15 : −3 et −12

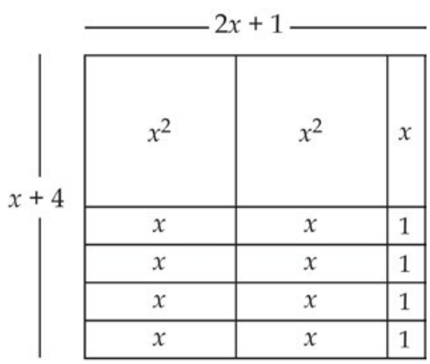
   b) ont un produit de −18 et une somme de −7 : −9 et 2

9. Représentation du produit des binômes :

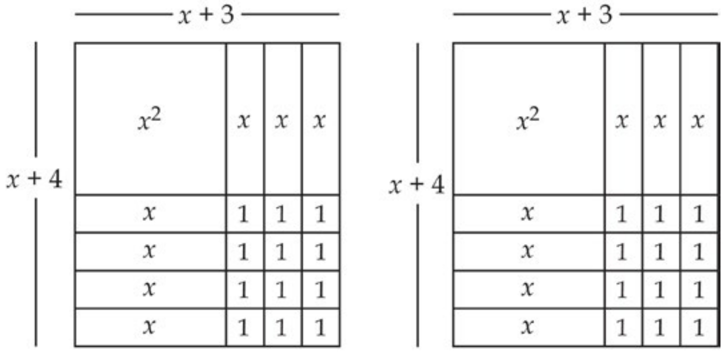
   a) Ce modèle représente $2x^2 + 7x + 6$, qui est le produit de $(2x + 3)(x + 2)$.



   b) Ce modèle représente $2x^2 + 9x + 4$, qui est le produit de $(2x + 1)(x + 4)$.

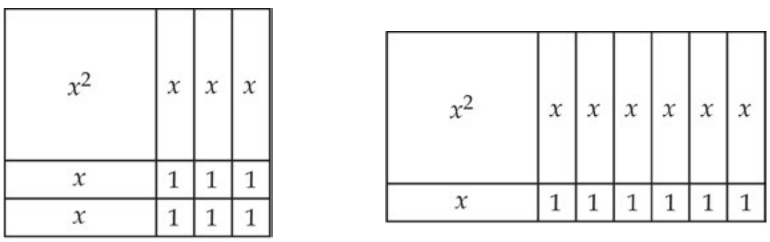


c) Ce modèle représente $2x^2 + 14x + 24$, qui est le produit de $2(x + 3)(x + 4)$.

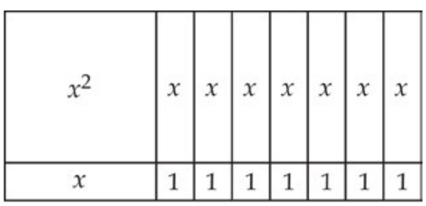


10. Représentation des facteurs des trinômes :

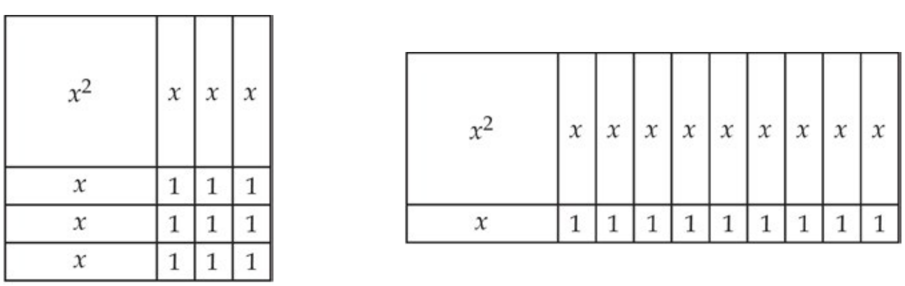
a) Il existe deux façons d'utiliser une tuile x^2 et 6 tuiles unitaires pour créer des rectangles. Ils représentent les produits $(x + 3)(x + 2)$ et $(x + 6)(x + 1)$.



b) Il existe une façon d'utiliser une tuile (x^2 et 7 tuiles unitaires pour créer un rectangle. Il représente le produit $(x + 7)(x + 1)$.

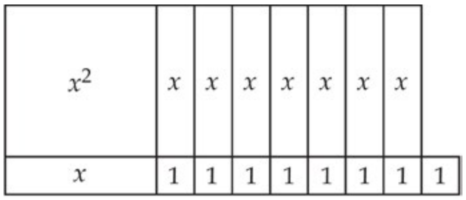


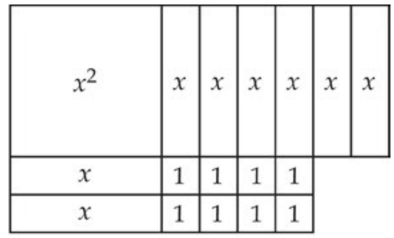
c) Il existe deux façons d'utiliser une tuile x^2 et 9 tuiles unitaires pour créer des rectangles (une des solutions est un carré.). Ils représentent les produits $(x + 3)^2$ et $(x + 9)(x + 1)$.



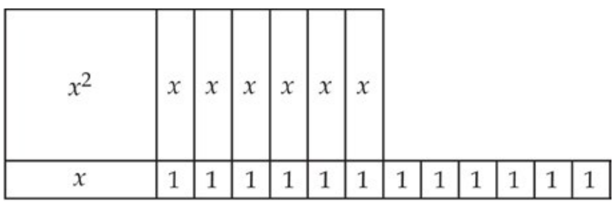
11. Représenter à l'aide de tuiles algébriques :

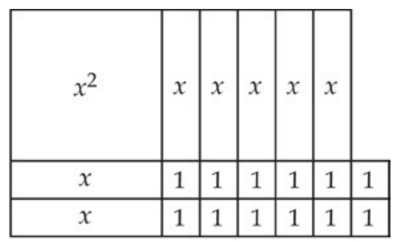
a) Le trinôme ne peut pas être écrit sous forme de produit de binômes. Les 8 tuiles unitaires ne peuvent être disposées en forme de rectangles que des deux façons présentées ci-dessous (1 sur 8 ou 2 sur 4) et les 8 tuiles x ne peuvent pas être disposées avec elles pour créer une aire rectangulaire.

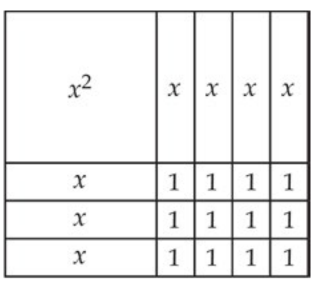




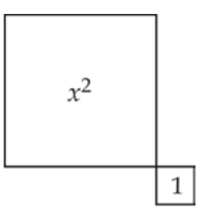
b) Le trinôme peut être écrit sous forme de produit de binômes. Les 12 tuiles unitaires peuvent être disposées en forme de rectangles des trois façons présentées ci-dessous (1 sur 12, 2 sur 6 ou 3 sur 4). Les arrangements rectangulaires de 1 sur 12 et de 2 sur 6 ne forment pas un rectangle avec les 7 tuiles x, mais l'arrangement rectangulaire de 3 sur 4 tuiles unitaires y parvient. Le trinôme peut s'écrire $(x + 4)(x + 3)$.







c) L'expression ne peut être exprimée sous forme de produit de binômes. La tuile de 1 unité ne peut être placée que de la façon présentée ci-dessous (1 sur 1). Il n'y a pas de tuiles x pour faire un rectangle (2 tuiles x seraient nécessaires).



[NE] Une discussion des arrangements rectangulaires avec les élèves pourrait s'avérer utile. Pour chacun des exemples précédents :

a) La représentation montre que le trinôme $x^2 + 8x + 8$ ne peut pas être décomposé en facteurs, mais peut être exprimé comme $(x + 7)(x + 1) + 1$ ou $(x + 4)(x + 2) + 2x$.

b) La représentation montre que le trinôme $x^2 + 7x + 12$ pourrait être exprimé comme $(x + 6)(x + 1) + 6$, comme $(x + 5)(x + 2) + 2$ ou comme $(x + 4)(x + 3)$. Seule la dernière expression est sous la forme d'un produit de binômes.

c) La représentation montre que l'expression ne peut pas être exprimée sous une autre forme.

Consolidation des acquis
Solutions

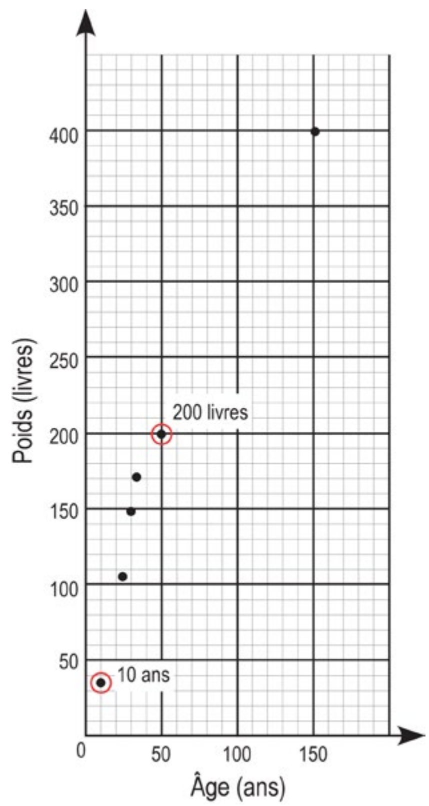
1. P + Q + R = 10 (P = 4, Q = 5, R = 1)

   Voici quelques raisonnements possibles :

   P + Q doit avoir 9 comme chiffre des unités (colonne des unités). Q + Q doit avoir 0 comme chiffre des unités. Cependant, Q ne peut pas être zéro, parce que la première colonne exige que Q + P = 9, donc Q doit être 5.

2. Graphique et prédictions :

Esturgeon blanc	
Âge	**Masse (livres)**
26	116
30	148
33	172
154	400



   a) L'âge, dans la première colonne, est la variable indépendante sur l'axe des x et le poids est la variable dépendante sur l'axe des y.

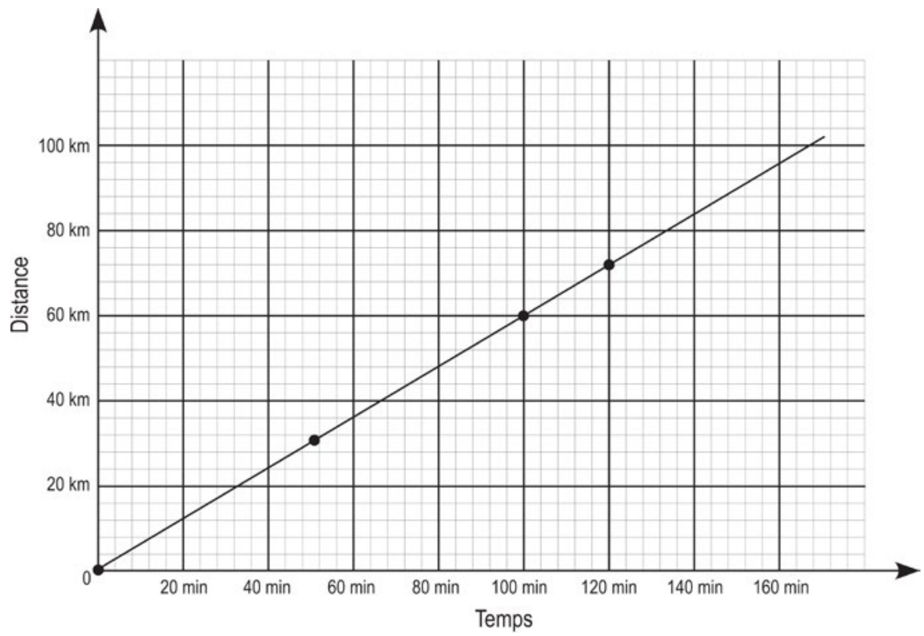
   b) Selon ces données, un esturgeon de 10 ans pourrait peser entre 35 et 45 livres.

   c) Selon ces données, un esturgeon de 200 livres pourrait avoir entre 40 et 50 ans.

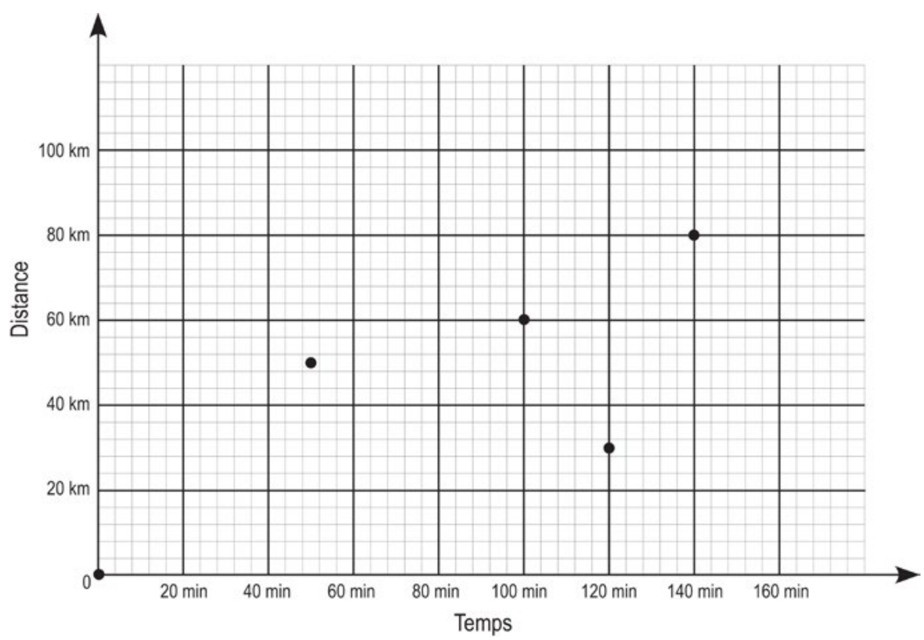
3. Les graphiques montrant une forte corrélation comportent des points de données qui sont tous près d'une droite (ou d'une autre courbe prévisible).

   a) Deux exemples sont « distance parcourue lors d'un voyage » et « temps » ou « température moyenne à Thompson » et « mois ».

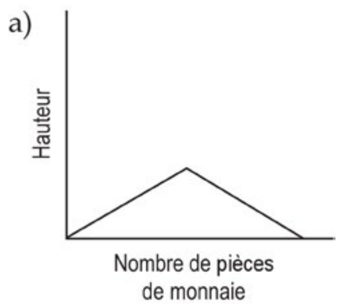
   b) Ce graphique montre une forte corrélation entre la « distance parcourue » et le « temps ». La vitesse était constante.



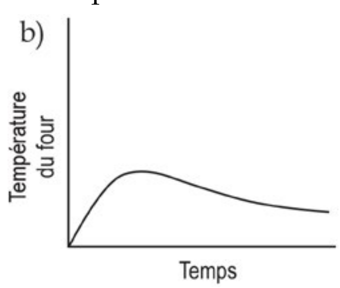
   c) Ce graphique montre une faible corrélation entre la « distance parcourue » et le « temps ». La vitesse et la direction du déplacement n'étaient pas uniformes tout au long du voyage (accusant même un recul entre 100 et 120 minutes).



4. Quelques réponses possibles :
   a) $C = 12 + 2f$
      Scénario possible : location de patins
      Coût de location des patins (C) = 12 $ en frais de base plus 2 $ l'heure (f).
   b) $Y = 25x$
      Scénario possible : distance parcourue à vélo
      (Y) = vitesse de 25 km/h multipliée par le nombre d'heures de déplacement (x)
   c) $b = 12 - a$
      Scénario possible : biscuits restants
      Le nombre de biscuits restants dans l'emballage (b) = le nombre de biscuits initialement dans l'emballage (12) moins le nombre que tu as mangé (a).
5. Quelques réponses possibles :
   a) Empilage et désempilage des pièces de monnaie



   b) Représentation graphique de la température du four à mesure qu'il se réchauffe, atteint sa température maximale et commence graduellement à refroidir



[NE] Il est possible de trouver d'autres exemples de ce type de question au site Web « Graphing Stories » par Dan Meyer.

6. Lecture de David :

a) Cette régularité pourrait se poursuivre jusqu'au jour 14, où David lit une page. Selon la régularité, il lirait ensuite zéro page (ou un nombre de pages négatif). La journée peut être déterminée à l'aide de la relation du tableau. (Les pages lues sont 40, 37, 34, etc.) La relation peut être écrite sous forme de : nombre de pages lues = $40 - 3(j - 1)$.

b) David lit 217 pages en une semaine.

Jour	Total des pages	
1	40	vendredi
2	40 + 37	samedi
3	40 + 37 + 34	dimanche
4	40 + 37 + 34 + 31	lundi
5	40 + 37 + 34 + 31 + 28 = 170	mardi
6	40 + 37 + 34 + 31 + 28 + 25	
7	40 + 37 + 34 + 31 + 28 + 25 + 22 = 217	

c) David commencerait à lire un vendredi afin de suivre la même régularité et achèverait de lire un livre de 150 pages un mardi (ne lisant que 8 pages le dernier jour). Voir le tableau ci-dessus.

Consolidation des acquis
Solutions

1. Voici quelques réponses possibles :

$\frac{1}{20}$	la seule fraction unitaire (numérateur de 1)	$\frac{20}{25}$	le seul numérateur à deux chiffres
$\frac{2}{3}$	la seule fraction décimale périodique	$\frac{5}{4}$	la seule valeur supérieure à 1

2. Le nombre total de boutons bleus est tout nombre de 34 à 39.

   Une solution consiste à écrire les rapports pour Pile 1 comme rouge : bleu est égal à $n:2n$ et pour la Pile 2 comme rouge : bleu est égal à $3m:5m$ pour les nombres entiers positifs n et m. Sachant qu'il y a un total de 20 boutons rouges, résous l'équation $n + 3m = 20$. Il existe 6 solutions pour (n, m), soit (2, 6), (5, 5), (8, 4), (11, 3), (14, 2) et (17, 1). Le nombre de boutons bleus peut être obtenu en remplaçant n et m par les 6 paires possibles dans l'expression $2n + 5m$.

3. Le jardin de Genevième :

   a) Formes du jardin

figure nº 4	figure nº 5
x x x x x x	x x x x x x x
x • • • • x	x • • • • • x
x • • • • x	x • • • • • x
x • • • • x	x • • • • • x
x • • • • x	x • • • • • x
x x x x x x	x x x x x x x

numéro de la figure	nombre de fleurs	nombre de plants de tomates	nombre total de plantes
1	8	1	9
2	12	4	16
3	16	9	25
4	20	16	36
5	24	25	49

   b) On peut déterminer le nombre de fleurs en additionnant les quatre fleurs des coins aux n fleurs sur chacun des quatre côtés, ce qui donne l'expression $4 + 4n$ (n = numéro de la figure). Le nombre total de plantes est un carré, $(n + 2)^2$, qui peut s'écrire $n^2 + 4n + 4$. On peut aussi déterminer le nombre total de plantes en ajoutant les plants de tomates du centre et les $4 + n$ fleurs du périmètre.

   [NE] Pour plus d'occasions d'examiner des régularités dans des questions semblables, visitez https://www.youcubed.org/tasks/ (Stanford Graduate School of Education) ou www.visualpatterns.org (Nguyen). (Les deux sites sont en anglais seulement.)

4. Voici quelques réponses :

a) « doubler le nombre d'entrée, puis additionner un »
« additionner dix au nombre d'entrée »
« vingt moins un neuvième du nombre d'entrée »

b) $(2x + 1 = y)$
$(x + 10 = y)$

c) $4(x+1) \div 2 - 1$ ou
$\left(10\left(\sqrt{x}+1\right)-2\right) \div 2$
$(x \div 3) \times 7 - 2$

R–3

Consolidation des acquis Solutions

1. Voici quelques réponses possibles :

33 %	la seule valeur exprimée en pourcentage	$\frac{1}{3}$	la seule fraction unitaire
$\frac{5}{3}$	le seul nombre dont la valeur est supérieure à 100 %	$0,\overline{6}$	la seule fraction décimale périodique

2. Voici quelques réponses :

a) $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}} + \frac{\boxed{3}}{\boxed{7}} = \frac{13}{14}, \frac{\boxed{1}}{\boxed{2}} + \frac{\boxed{4}}{\boxed{9}} = \frac{17}{18}, \frac{\boxed{7}}{\boxed{8}} + \frac{\boxed{1}}{\boxed{9}} = \frac{71}{72}$

b) $\frac{\boxed{3}}{\boxed{2}} - \frac{\boxed{5}}{\boxed{8}} = \frac{14}{16}, \frac{\boxed{8}}{\boxed{5}} - \frac{\boxed{2}}{\boxed{3}} = \frac{14}{15}, \frac{\boxed{9}}{\boxed{6}} - \frac{\boxed{4}}{\boxed{7}} = \frac{39}{42}$

c) $\left(\frac{\boxed{4}}{\boxed{1}}\right)\left(\frac{\boxed{2}}{\boxed{9}}\right) = \frac{8}{9}, \left(\frac{\boxed{5}}{\boxed{2}}\right)\left(\frac{\boxed{3}}{\boxed{8}}\right) = \frac{15}{16}$

d) $\frac{\boxed{1}}{\boxed{2}} \div \frac{\boxed{4}}{\boxed{7}} = \frac{7}{8}, \frac{\boxed{4}}{\boxed{3}} \div \frac{\boxed{9}}{\boxed{6}} = \frac{8}{9}, \frac{\boxed{5}}{\boxed{2}} \div \frac{\boxed{8}}{\boxed{3}} = \frac{15}{16}$

[NE] Les élèves pourraient être encouragés à décrire les régularités qu'ils déterminent et à comparer les résultats entre eux pour déterminer quelles expressions permettent d'obtenir des nombres plus près de 1. De plus, d'autres restrictions pourraient être ajoutées pour rendre cette tâche plus facile ou plus difficile. Par exemple, il peut être plus facile de déterminer des expressions qui comprennent (plutôt qu'excluent) des valeurs égales à 1. Il peut être plus difficile d'insister pour qu'un certain chiffre (comme 4) soit inclus dans chaque expression.

Les variantes de ce défi cherchent à rendre les valeurs aussi grandes ou aussi petites que possible.

3. Produits :

a)

Expression	Produit
(4)(5)	20
(3)(5)	15
(2)(5)	10
(1)(5)	5
(0)(5)	0
(−1)(5)	−5
(−2)(5)	−10

b)

Expression	Produit
(4)(−5)	−20
(3)(−5)	−25
(2)(−5)	−10
(1)(−5)	−5
(0)(−5)	0
(−1)(−5)	5
(−2)(−5)	10

Tu remarqueras peut-être que les produits en (a) diminuent, mais que les produits en (b) augmentent. Les deux tableaux ont un produit avec une différence constante de 5. Tu te poses peut-être les questions suivantes : « Comment la régularité changerait-elle si le premier facteur commençait par des valeurs négatives? », « Quelle situation réelle les produits des tableaux pourraient-ils représenter? », « Comment pouvons-nous décrire le sens d'un négatif multiplié par un négatif? »

4. Carré :

a) Une réponse possible est qu'un côté allant de E à G a une longueur de 4 unités. Le périmètre serait alors de 16 unités et l'aire, 16 unités carrées. Une réponse différente aurait les points E et G correspondant à des sommets diagonalement opposés, ce qui signifie que chaque côté du carré a une longueur de $\sqrt{2}$ unités. Le périmètre serait alors de $4\sqrt{2}$ ou 5,656 unités et l'aire, 2 unités carrées.

b) Les carrés ayant des côtés verticaux et horizontaux peuvent être tracés en ajoutant les points A et C aux coordonnées (2, 5) et (6, 5) OU aux coordonnées (2, −3) et (6, −3). Par ailleurs, les points pour un carré dont les côtés sont à 45° par rapport à l'horizontale ou à la verticale ont des points A et C aux coordonnées (4, 3) et (4, −1).

5. Rectangle—Voici les trois réponses possibles :

a) Le rectangle avec W et Y comme sommets diagonalement opposés à d'autres sommets à A(−2, 1) et B(2, 4) — aire = 12 unités carrées.

b) Deux rectangles possibles pourraient être tracés avec des sommets adjacents à W et Y.

i) A(−5, 0) et B(–1, −3) — aire = 25 unités carrées

ii) A(1, 8) et B(5, 5) — aire = 25 unités carrées

6. Segment de droite :

a) Quelques réponses sont (−3, −2), (9, 7), ou (3; 2,5).

Chaque valeur de y augmente de 3 lorsque la valeur de x augmente de 4.

b) Quelques réponses sont (−2, −2), (22, 10), (10, 4) ou (8, 3).

On pourrait aussi dire que chaque valeur de y augmente de 1 lorsque la valeur de x augmente de 2.

[NE] *Marbleslides* et d'autres activités de Desmos permettent aux élèves d'explorer les pentes et d'autres caractéristiques des équations. Ces activités se trouvent à https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5e7d3e9b4e16160b72120511?lang=fr&collections=featured-collections%2C5e7d3e41f27ea90effbd11c2

Consolidation des acquis
Solutions

1. Voici quelques réponses :

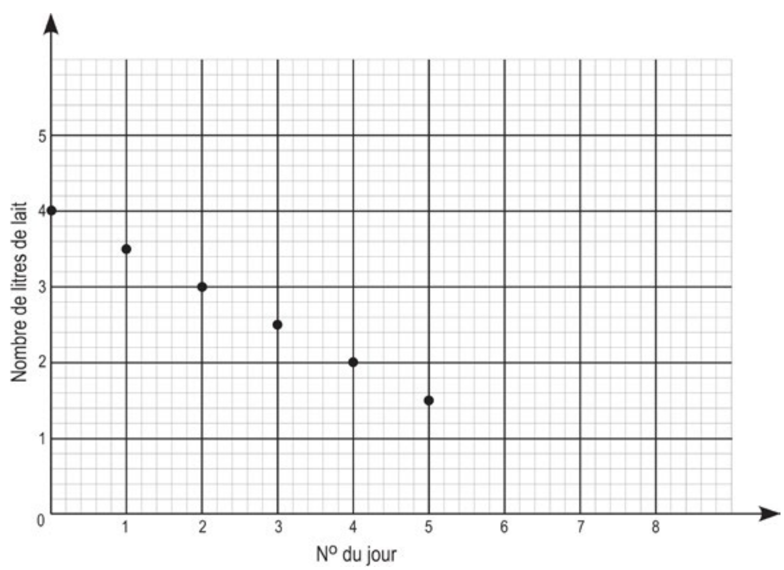
$$\begin{array}{r} 1\ 3\ 8 \\ +\,6\ 5\ 4 \\ \hline 7\ 9\ 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6\ 3\ 4 \\ +\,1\ 5\ 8 \\ \hline 7\ 9\ 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\ 4\ 1 \\ +\,5\ 9\ 6 \\ \hline 8\ 3\ 7 \end{array}$$

[NE] Il y a de nombreuses solutions. On peut varier le niveau de difficulté en donnant un indice aux élèves tel qu'en remplissant une des rangées ou des colonnes.

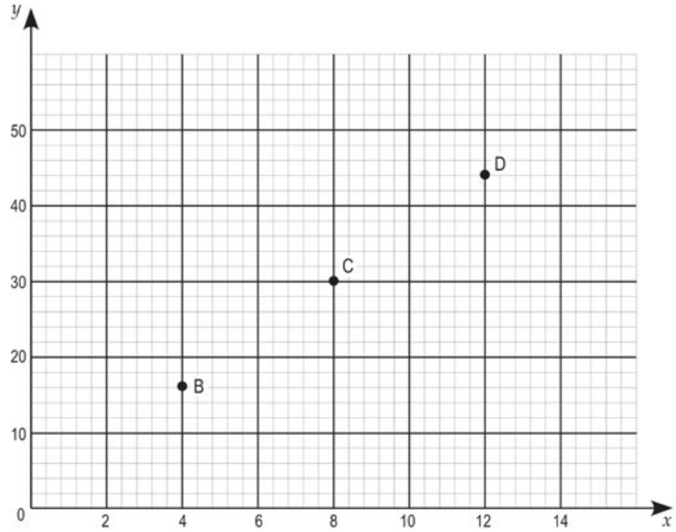
2. Il y a plusieurs réponses possibles. Voici un exemple :
   a) Un contexte pourrait être le nombre de litres de lait de reste dans un réfrigérateur. Le jour zéro est le jour où le lait a été acheté. Le « jour » représente le nombre de jours après l'achat. La « valeur » représente le nombre approximatif de litres de lait dans le réfrigérateur au début de chaque journée.
   b) Tableau de valeurs :

Jour	0	1	2	3	4	5
Nombre de litres de lait	4	3,5	3	2,5	2	1,5

   c) Tableau de valeurs : La régularité commence par 4 litres de lait au réfrigérateur et diminue de façon constante de 500 ml par jour. La régularité changera lorsque plus de lait sera acheté ou que le lait sera consommé.
   d) Représentation graphique :



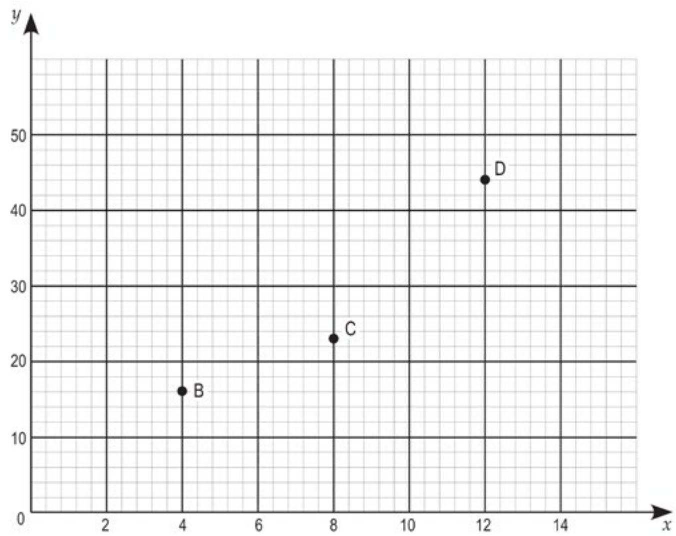
3. Voici quelques réponses :

a) 

i) (8, 30)

ii) Cela correspond à une régularité car les valeurs de x augmentent de 4, (4, 8, 12) tandis que les valeurs de y augmentent de 14. (16, 30, 44).

iii) Ces valeurs sont sur la même droite lorsqu'elles sont représentées graphiquement, puisque la valeur de y augmente de 14 chaque fois que la valeur de x augmente de 4.

b) 

i) (8, 23)

ii) Cela correspond à une régularité, car les valeurs de x augmentent de 4. (4, 8, 12) et les valeurs de y augmentent d'un terme à l'autre, soit de 7, puis de 21. (16, 23, 44).

iii) Ces valeurs n'appartiennent pas à la même droite lorsqu'elles sont représentées graphiquement. Les valeurs de y augmentent d'une différente quantité chaque fois, alors que les valeurs de x augmentent d'une valeur constante de 4.

4. Régularité :

   a) Il existe de nombreuses façons de décrire cette régularité. Voici quelques exemples : « La régularité comporte des tuiles de plus en plus grandes au fur et à mesure qu'on ajoute des couches de tuiles. », ou encore, « La régularité montre des rectangles de taille croissante où la hauteur est toujours 1 de plus que la base. »

   b) La figure 4 comportera 20 tuiles : une tuile carrée de côté 4 avec une rangée de 1 sur 4 sur le dessus.

      La figure 5 comportera 30 tuiles : une tuile carrée de côté 5 avec une rangée de 1 sur 5 sur le dessus.

   c) La figure 10 comportera 110 tuiles; selon la même régularité, il y aura une tuile carrée de côté 10 avec une rangée de 1 sur 10 sur le dessus.

   d) L'ami veut dire qu'un graphique indiquant le nombre par rapport au nombre de tuiles ne montrerait pas un ensemble de points qui se trouvent tous sur la même droite. Les valeurs des données à représenter graphiquement sont indiquées dans le tableau. Les valeurs de x augmentent d'une valeur constante de 1, mais les valeurs de y augmentent de différentes quantités chaque fois (de 4, puis de 6, puis de 8, puis de 10), de sorte qu'elles ne seront pas sur la même droite.

Numéro de la figure	1	2	3	4	5
Nombre de tuiles	2	6	12	20	30

5. Régularité :

   a) Il existe de nombreuses façons de décrire cette régularité. Voici quelques exemples : « La régularité montre deux sections rectangulaires de carrés de plus en plus longs entre lesquels se trouve une rangée d'un carré. », ou « La régularité montre une colonne verticale de 3 carrés avec 4 carrés ajoutés chaque fois, 2 au haut (à gauche et à droite) et 2 au bas (à gauche et à droite). »

   b) La figure 4 comportera 19 carrés. Il y en a 15 à la figure 3 et 4 autres à la figure suivante. La figure 5 comportera 23 carrés. Il y en a 19 à la figure 4 et 4 autres à la figure suivante.

   c) La figure 10 comportera 43 carrés. La figure 1 comporte une colonne centrale de 3 carrés avec 4 autres carrés ajoutés, 2 au haut (à gauche et à droite) et 2 au bas (à gauche et à droite). La figure 2 comporte une colonne centrale de 3 carrés avec 2 ensembles de 4 carrés ajoutés. La figure 3 comporte une colonne centrale de 3 carrés avec 3 ensembles de 4 carrés ajoutés. Alors, la figure 10 comporte une colonne centrale de 3 carrés avec 10 ensembles de 4 carrés ajoutés, pour un total de 43.

   d) La figure ayant le plus près de 1000 carrés est la figure 249. Il y a une colonne centrale de 3 carrés avec 249 ensembles de 4 carrés ajoutés, pour un total de 999 carrés.

   e) L'ami veut dire qu'un graphique indiquant le nombre par rapport au nombre de carrés montrerait un ensemble de points qui se trouvent tous sur la même droite. Les valeurs des données à représenter graphiquement sont indiquées dans le tableau. Les valeurs de x augmentent d'une valeur constante (de 1) et les valeurs de y augmentent également d'une valeur constante (de 4) chaque fois, de sorte que les points des données seront sur la même droite.

Numéro de la figure	1	2	3	4	5
Nombre de carrés	7	11	15	19	23

6. 34 %

   10 % des garçons représente 3 garçons alors 30 % en représente 9.

   10 % des filles représente 2 filles alors 40 % en représente 8.

   Il y a donc 17 élèves (9 garçons, 8 filles) sur un total de 50 qui ont reçu un certificat.

   $$\frac{17}{50} = \frac{17 \times 2}{50 \times 2} = \frac{34}{100}$$

   Par conséquent, le pourcentage est de 34 %.

7. Calculs mentaux :

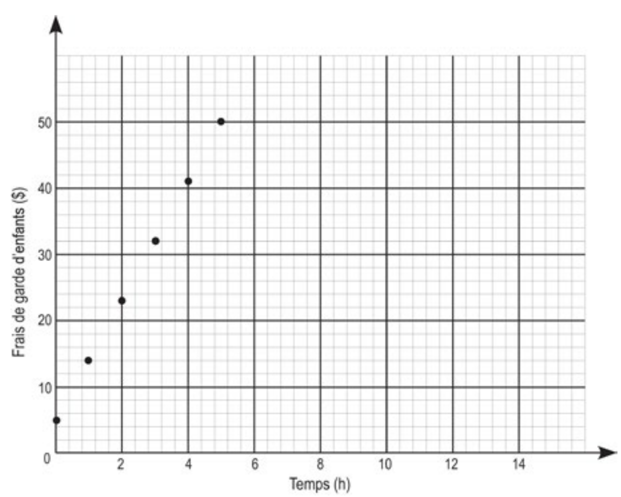
   a) x^2 a la plus petite valeur lorsque la valeur de x est entre 0 et 1. Le tableau montre les valeurs en utilisant des repères de 0, $\frac{1}{2}$, et 1. La plus petite valeur est x^2 lorsque $x = \frac{1}{2}$.

Expression	x est près de 0	$x = \frac{1}{2}$	$x = 1$
x	~0	$\frac{1}{2}$	1
x^2	~0	$\frac{1}{4}$	1
$\frac{1}{2}$	très grand	2	1
$2x$	~0	1	2
$\sqrt{x}$	~0	~0,7 car (0,7)(0,7) = 0,49	1

b) $\frac{1}{x}$ a la plus petite valeur lorsque la valeur de x se situe entre 1 et 4. Le tableau montre les valeurs en utilisant des repères 1, $1\frac{1}{2}$, 2, et 4. La plus petite valeur est $\frac{1}{x}$ lorsque $x = 4$.

Expression	$x = 1$	$x = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	$x = 2$	$x = 4$
x	1	$1\frac{1}{2}$	2	4
x^2	1	$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$	4	16
$\frac{1}{x}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$2x$	2	3	4	8
$\sqrt{x}$	1	~1,2 car (1,2)(1,2) = 1,44	~1,4 car (1,4)(1,4) = 1,96	2

8. Garde d'enfants :
   a) Le graphique indique le montant total des frais de garde d'enfants à un taux horaire de 9,00 $.
   b) Il s'agit d'une relation linéaire, parce que les points se trouvent tous sur la même droite.
   c) Aucun nombre négatif ne sera inclus, parce que vous ne pouvez pas gagner un montant d'argent négatif ou travailler un nombre d'heures négatif.
   d) Une translation de 20 unités vers le haut sera effectuée pour tous les points. Le graphique commencera à 0 heure et à 25,00 $, les points suivants seront à 1 heure et 34,00 $, puis à 2 heures et 43,00 $, etc.



R–5

Consolidation des acquis Solutions

1. C'est 1,011 qui se rapproche le plus de 1. Compare les réponses après les avoir converties en millièmes. Les nombres dans le même ordre sont $\frac{1100}{1000}, \frac{1110}{1000}, \frac{1101}{1000}, \frac{1111}{1000}, \frac{1011}{1000}$.

2. La voiture roule un peu plus vite. Une façon de le déterminer est de calculer la distance parcourue par les deux véhicules au cours d'une période déterminée.
   - La voiture parcourt 60 km en 60 minutes, ce qui signifie qu'elle parcourt 1 km en 1 minute ou 1 km en 60 secondes. C'est la même chose que de parcourir 1 km en 60 secondes.
   - La motocyclette parcourt 960 m en 60 secondes ou 0,960 km en 60 secondes.

3. Voici quelques réponses possibles :

Ressemblances	Différences
Les deux graphiques comportent deux droites qui se croisent.	Dans le graphique A, les droites se croisent sur l'axe des x (valeur négative). Dans le graphique B, les droites se croisent sur l'axe des y (valeur positive).
Dans les deux graphiques, les droites se croissent à l'angle droit.	Dans le graphique A, la droite décroissante va dans le quadrant I. Dans le graphique B, la droite décroissante n'est pas dans le quadrant I.
Les deux graphiques comportent une droite qui augmente et une droite qui diminue de gauche à droite.	

4. Une réponse possible est la suivante :

   En tant que graphique de la distance (axe des y) par rapport au temps (axe des x), ce graphique pourrait raconter l'histoire d'un chat et d'une balle stationnaire. Au départ $(\overline{AB})$, le chat reste à une distance fixe de la balle pendant un certain temps. Puis $(\overline{BC})$, le chat s'éloigne rapidement de la balle, puis $(\overline{CD})$ il demeure stationnaire pendant une courte période avant $(\overline{DE})$ de retourner lentement à la balle et de s'arrêter $(\overline{EF})$ à une distance légèrement plus éloignée qu'à l'origine.

5. Voici quelques réponses possibles :

   a) Combinaisons casquettes et t-shirts

Casquettes (15,00 $)	**T-shirts (10,00 $)**	**Total (maximum 300,00 $)**
20	0	15(20) + 10(0) = 300
18	3	15(18) + 10(3) = 300
16	6	15(16) + 10(6) = 300
14	9	15(14) + 10(9) = 300
...	...	...
0	30	15(0) + 10(30) = 300

   b) 0 est le plus petit nombre de casquettes que l'on pourrait acheter.

   20 est le plus grand nombre de casquettes que l'on pourrait acheter.

   c) L'équipe peut acheter 20 casquettes pour 300,00 $ et, pour chaque 2 casquettes eaux en moins, elle peut acheter 3 t-shirts. L'équipe devrait acheter un nombre pair de casquettes et un nombre de t-shirts divisible par 3.

6. Des tableaux de valeurs sont présentés pour les équations. Plusieurs ressemblances et différences pourraient être notées.

a)

x	$-3x + 5$
–2	11
–1	8
0	5
1	2
2	–1

b)

x	$-x + 5$
–2	7
–1	6
0	5
1	4
2	3

c)

x	$x + 5$
–2	3
–1	4
0	5
1	6
2	7

d)

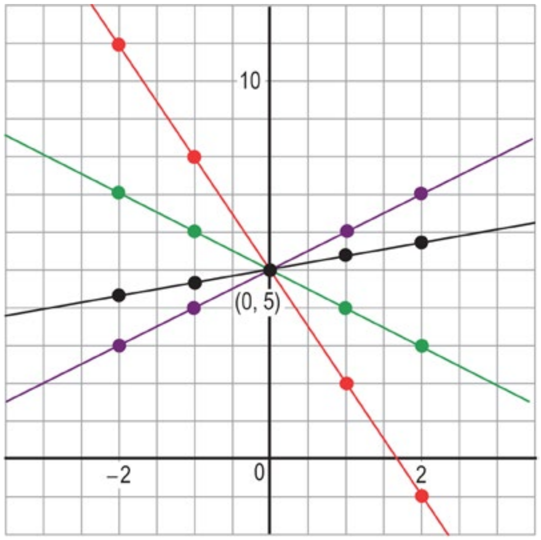
x	$\frac{1}{3}x + 5$
–2	4,3333333
–1	4,6666667
0	5
1	5,3333333
2	5,6666667

Voici quelques exemples :

Les ressemblances : Dans les tables, les valeurs choisies de x sont toutes les mêmes. De plus, chaque table de valeurs comprend le point (0, 5). Chaque équation a une constante de 5 ajoutée au terme qui comprend le x.

Les différences : Les valeurs de y diffèrent dans les tables. L'équation (d) comporte des valeurs de y qui sont des nombres rationnels représentés par des nombres décimaux périodiques. Les valeurs de y des équations (a) et (b) diminuent et les valeurs de y des équations (c) et (d) augmentent. Les équations pour (a) et (b) ont des coefficients négatifs pour les termes x, contrairement aux équations (c) et (d).

Le graphique des équations (une capture d’écran de desmos.com) :



[NE] *Activity Builders* de Desmos peut être utilisé pour explorer davantage la représentation graphique d’idées algébriques. Ce lien provient de l’activité *Marbleslides* qui explore les transformations des équations linéaires : https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5e7d3e9b4e16160b72120511?lang=fr&collections=featured-collections%2C5e7d3e41f27ea90effbd11c2

R–6

Consolidation des acquis
Solutions

1. Expressions possibles :

   a) $n + n^2$

   b) $x - 10$

   c) $2(a + 1)$

   d) $2n + 1$

   e) $\frac{12 - y}{4}$

   f) $3(n + 2) + 1$

2. Le nombre manquant est −1.

3. Plusieurs réponses sont possibles. Voici quelques exemples :

   a) $3(\square + 1) - 5 = -4 \times 7 + 11; \square = -5$

   $14 + 3(2n + 10) = -2 + 4; n = -7$

   b) $\frac{1}{2}(\square + 3) + 5 = \frac{1}{3}(14 - 2); \square = -5$

   $5 - \frac{2}{5}(x - 3) = \frac{3}{2}(-7 + 13); x = -7$

4. a) $0 = 8x - 2$ ou $2 - 8x = 0$

   b) Les équations ont les mêmes termes, mais ils peuvent apparaître dans un ordre différent. Les signes peuvent être contraires, mais il devrait y avoir un terme négatif et un autre positif.

5. Plusieurs réponses sont possibles. Voici quelques exemples :

a) Équation originale	b) Équation originale	Solution
$3x - 5 = 4x + 6$	$0 = x + 11$	$x = -11$ pour les deux
$7x + 6 = -3x + 21$	$10k - 15 = 0$	$k = 1{,}5$ pour les deux
$2(3n + 7) + 1 = 4(n + 5) - 6$	$2n + 1 = 0$	$n = -0{,}5$ pour les deux

6. Plusieurs réponses sont possibles. Voici un exemple :

   « Commence à __3__ et additionne __2__ pour obtenir le prochain terme. »

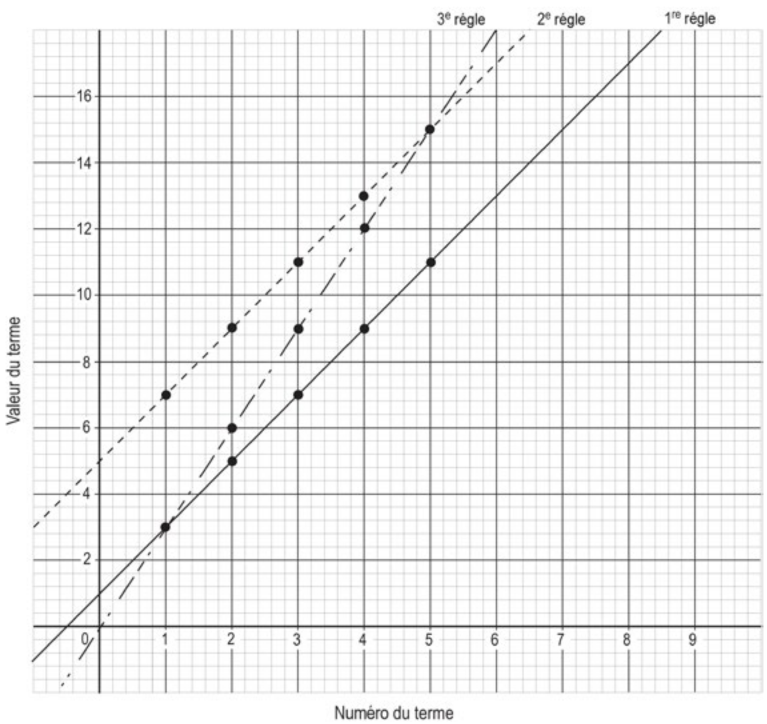
	Point de départ	Additionne
1re règle	3	2
2e règle	7	2
3e règle	3	3

1er terme	2e terme	3e terme	4e terme	5e terme
3	5	7	9	11
7	9	11	13	15
3	6	9	12	15

   [NE] Les élèves pourraient remarquer que les valeurs de la régularité de la deuxième règle peuvent être obtenues en additionnant une constante (dans ce cas, 4) aux valeurs de la régularité de la première règle.

   Ils pourraient dire que les valeurs de la régularité augmentent au même rythme. Ils pourraient remarquer que les valeurs de la régularité augmentent à un rythme plus rapide (ou différent) avec la troisième règle qu'avec la première ou la deuxième règle.

   Ils pourraient en outre remarquer que, dans le graphique, la droite définie par les points de la première règle est parallèle à la droite définie par les points de la deuxième règle (la droite de la troisième règle n'est pas parallèle).



7. Le triangle et le cercle peuvent tous deux être égaux à zéro. Parmi d'autres possibilités, le triangle pourrait être 2, et le cercle, −2. L'équilibre (égalité) peut être maintenu en retirant 2 triangles et 1 cercle des deux côtés, ce qui ne laisse rien (zéro) à gauche et un triangle et un cercle à droite. En général, pour avoir un résultat de zéro, le triangle et le cercle doivent tous deux avoir la même valeur numérique, mais opposée (l'un positif, l'autre négatif).

8. De nombreuses réponses sont possibles, mais elles nécessitent simplement une bonne explication. Voici quelques exemples : Chaque graphique ne fait pas partie de l'ensemble, car :
   - le premier graphique est le seul qui intersecte l'axe des x à une valeur négative de x;
   - le deuxième graphique est le seul qui passe par l'origine (0, 0);
   - le troisième graphique est le seul qui intersecte l'axe des y à une valeur négative de y;
   - le quatrième graphique est le seul qui descend de gauche à droite.

9. Économies de Joti :

   a) Montre deux des modèles suivants :

   Mots : Initialement, Joti a 50,00 $; après la 1re semaine, elle a 65,00 $; après la 2e semaine, elle a 80,00 $. Prolonge cette régularité croissante des économies.

   Représentation graphique :

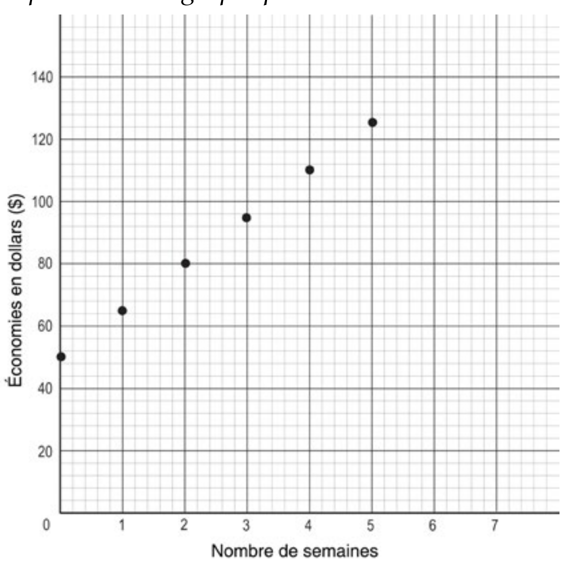


   Tableau :

Semaine	Économies ($)
0	50,00 $
1	65,00 $
2	80,00 $
3	95,00 $
4	110,00 $
5	125,00 $

   Équation : $e = 50 + 15n$, où e correspond au nombre de dollars économisés, n au nombre de semaines

   b) Entre 5 et 16 semaines, selon le prix du billet. Il faudra au moins 5 semaines pour économiser 120,00 $ et au moins 16 semaines pour économiser 280,00 $.

   c) Entre 10 et 26 semaines, selon le prix du billet. Il faudra 10 semaines pour économiser 120,00 $ et au moins 26 semaines pour économiser 280,00 $ au nouveau taux.

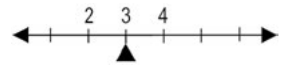
   Décris les changements apportés aux deux modèles utilisés :
   - Les mots et le tableau ont des nombres à jour.
   - Le graphique commence plus bas sur l'axe des y et monte plus lentement chaque semaine.
   - L'équation change à $e = 20 + 10n$.

R–7

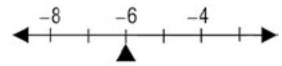
Consolidation des acquis Solutions

1. Calcule les moyennes et représente-les à l'aide de droites numériques :

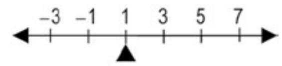
   a) $(2+3+4) \div 3 = 3$



   b) $(-8-6-4) \div 3 = -18 \div 3 = -6$

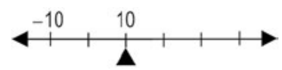


   c) $(-3-1+1+3+5+7) \div 6 = 12 \div 6 = 2$



   d) $(-7+1) \div 2 = -3$

   e) $(-10+10+30) \div 3 = 30 \div 3 = 10$



   Remarque : Tous les ensembles de nombres sont en ordre croissant. Tous les ensembles de nombres augmentent selon des intervalles constants (par 1, par 2, par 8 ou par 20). S'il y a un nombre impair d'éléments, la moyenne est l'un des nombres. S'il y a un nombre pair d'éléments dans l'ensemble, la moyenne se situe à mi-chemin entre deux des nombres.

2. Voici les sommes :

   a) 25

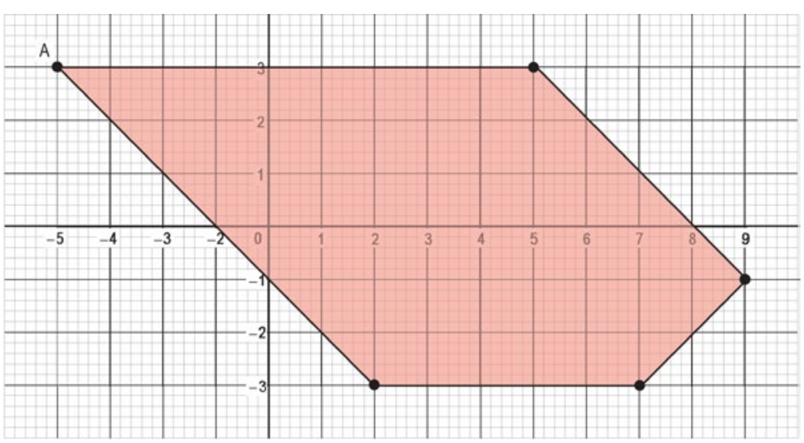
   b) 100

   c) 169

   Toutes les expressions sont la somme de carrés parfaits et la somme est aussi un carré parfait. De nombreuses autres expressions sont possibles (collectivement appelées triplets de Pythagore). Par exemple, 81 + 144 (= 15^2) ou 1 + 0 (= 1^2) ou 64 + 225 (= 17^2).

3. Plusieurs réponses sont possibles. Voici un exemple :

   a) Ce pentagone satisfait aux conditions.

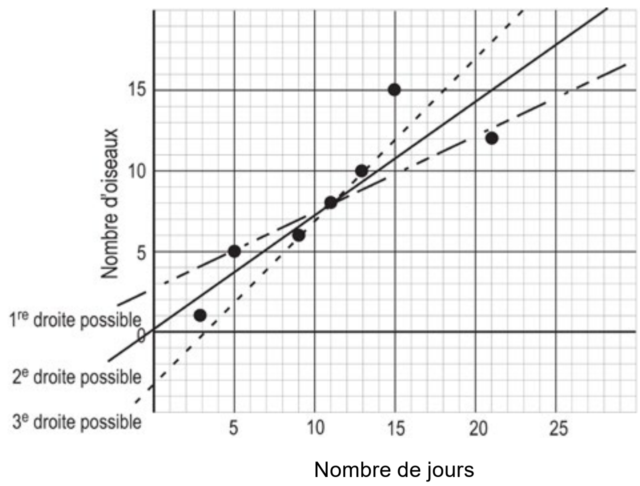


b) Exemple de début d'une description : « Pour dessiner le pentagone : du point (−4, 3), déplace-toi horizontalement 9 unités vers la droite pour atteindre le sommet suivant. Tourne ensuite 45° dans le sens horaire et trace un segment de droite jusqu'au prochain sommet situé 4 unités plus bas et 4 unités vers la droite.... »

c) En fonction des résultats obtenus, détermine comment la communication pourrait être améliorée.

4. Nombre d'oiseaux printaniers par rapport au nombre de jours :

a) Trace les 7 points sur un plan cartésien.



b) Plusieurs droites différentes sont possibles. Trois d'entre elles sont illustrées.

c) Les trois droites données sont toutes ascendantes (de gauche à droite). Elles passent toutes par un point situé près du milieu, soit (11, 7) ou (11, 8). Elles ne sont pas parallèles. Elles montent à différents angles. Elles passent par un différent nombre de points.

i) Justification pour la 1re droite : Elle est près de trois points; il y a une paire de points au-dessus et une autre paire en dessous.

ii) Justification pour la 2e droite : Elle passe par un point; il y a d'autres paires de points équidistantes de part et d'autre de la droite.

iii) Justification pour la 3e droite : Elle passe par 3 points; y a 3 autres points au-dessus d'elle et seulement 1 point en dessous.

[NE] On pourrait demander à certains élèves d'explorer le tracé d'une droite « médiane double ». Il s'agit d'une façon de déterminer la tendance linéaire d'un diagramme de dispersion en trouvant les médianes de trois groupes de points de données et en traçant une droite ajustée en utilisant les trois points médians résultants (sans calcul). Dans l'exemple ci-dessus, la « 2e droite possible » est la droite ajustée qui résulterait de l'utilisation du processus de droite « médiane double ».

5. L'équation pourrait être la suivante :

a) i) Δ = 14 g

ii) Δ = 10,5 g

b) i) Enlève deux billes de chaque côté, de sorte à laisser 3 triangles à gauche et 6 billes à droite. Cela signifie que chaque triangle doit être égal à 2 billes ou 14 g.

ii) Enlève 1 triangle et 2 billes de chaque côté, de sorte à laisser 2 triangles à gauche et 3 billes à droite. Cela signifie que chaque triangle doit être égal à $1\frac{1}{2}$ ou $10\frac{1}{2}$.

c) i) Résous $3n + 2 = 8$, où n est le nombre de billes équivalant à un Δ. Ou encore, résous $3n + 14 = 56$, où n est le nombre de grammes équivalant à un Δ.

ii) Résous l'équation : $3t + 2 = t + 5$, où t est le nombre de billes équivalant à un Δ. Ou résous $3t + 14 = t + 35$, où t est le nombre de grammes équivalant à un Δ.

d) Les étapes algébriques pourraient être semblables. Par exemple, lorsque la première équation est $3n + 2 = 8$, soustrais d'abord 2 à gauche et à droite (ce qui revient à enlever 2 billes de chaque côté). Divise ensuite les deux côtés par 3 (même raisonnement proportionnel que 3 triangles qui équilibrent 6 billes; donc, 1 triangle équilibre 2 billes). Le résultat est $n = 2$ billes avec une masse totale de 14 g.

6. La propriété de la distributivité :

a) La distributivité pourrait être décrite comme : « Le résultat de la multiplication de deux parties d'une somme séparément, suivi de l'addition de leurs produits, donne le même résultat que l'addition des deux parties d'abord, puis du calcul du produit. » Sur le plan algébrique, $a(b + c) = ab + ac$.

À l'aide d'un modèle d'aire,

	b	c
a	ab	ac

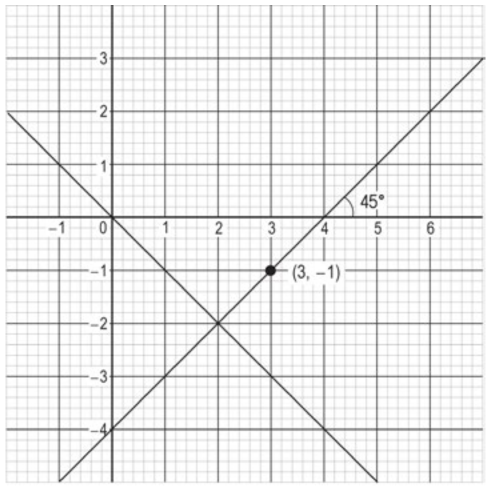
b) Remarque : D'autres réponses équivalentes sont possibles pour chacune des expressions suivantes :

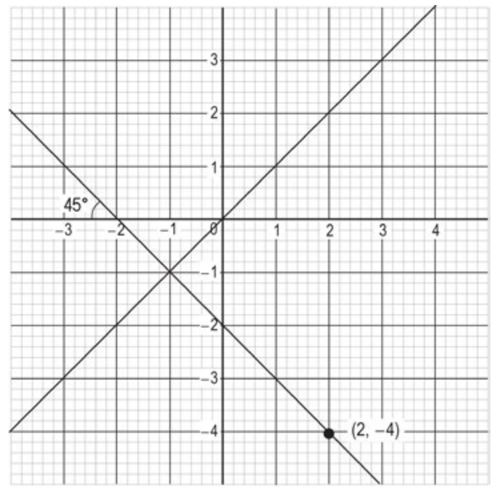
i) 7×14 est égal à $(7)(10 + 4)$ ou $(7)(11 + 3)$ ou...

ii) $(6)(5x + 2)$ est identique à $30x + 12$

iii) $120y - 84$ est égal à $(6)(20y - 14)$ ou $(12)(10y - 7)$ ou...

7. Plusieurs réponses sont possibles. Voici deux possibilités ayant respectivement (3, −1) et (2, −4) comme point de départ.





[NE] On pourrait demander aux élèves de comparer leurs graphiques. Compte tenu des critères, il n’y a que deux possibilités pour la deuxième droite, peu importe le point de départ. Elles sont illustrées ci-dessus (pente ascendante ou descendante de 45° à partir de l’origine).

R–8

Consolidation des acquis
Solutions

1. Plusieurs réponses sont possibles. Voici deux exemples pour (a) 12×16 :

   i) Décompose 16 en $10 + 6$, multiplie 12×10, ainsi que 12×6 puis additionne 120 et 72 pour obtenir 192. Tu peux aussi décomposer 16 en $20 - 4$, multiplier 12×20 ainsi que 12×4, puis soustraire 48 de 240 pour obtenir 192.

   ii) Décompose 12 en $10 + 2$, multiplie 16×10 ainsi que 16×2, puis additionne 160 et 32 pour obtenir 192.

   [NE] Vous voudrez peut-être avoir des discussions au sujet des nombres dans le cadre d'une routine avec vos élèves pour les aider à développer leur habileté en calcul mental et leur sens du nombre. Les discussions au sujet des nombres peuvent se faire avec des opérations et des systèmes de nombres différents. Pour avoir une idée du processus, cherchez « Jo Boaler Number Talks 18 × 5 » (en anglais seulement) dans YouTube.

2. Utilise 2 tasses de farine et 4 cuillérées à thé de poudre à pâte. Le tiers des 3 cuillérées à thé correspond à 1 cuillérée à thé. Il a donc besoin de 4 cuillérées à thé de poudre à pâte. De la même manière, $1\frac{1}{2}$ peut être représenté par $\frac{3}{2}$ et le tiers de 3 demis est 1 demi; il a donc besoin d'un total de 4 demis, c'est-à-dire que l'ajout de $\frac{1}{2}$ tasse de farine à la recette donne un total de 2 tasses de farine.

3. D'autres unités peuvent être choisies :
   - La longueur est exprimée en centimètres (cm) et en pouces (po).
   - L'aire est exprimée en centimètres carrés (cm^2) ou en pouces carrés (po^2).
   - Le volume est exprimé en centimètres cubes (cm^3) ou en pouces cubes (po^3).

4. Les valeurs manquantes (deux sorties et une entrée), en ordre vertical, sont 17, 56 et 32. La machine fonctionnelle, g, multiplie la valeur d'entrée par 3, puis additionne 2.

   [NE] Les enseignants pourraient aider les élèves à établir une règle de sortie. Si les valeurs d'entrée augmentent d'une valeur constante, il est utile de déterminer les différences entre les valeurs de sortie. Dans ce cas-ci, les valeurs d'entrée augmentent de 1 et la différence entre les valeurs de sortie est constante, soit 3 ($8 - 5 = 3$ et $11 - 8 = 3$). Cela signifie que pour une augmentation de 1 de la valeur d'entrée, la valeur de sortie triple. La fonction consiste à multiplier la valeur d'entrée par 3, puis à additionner une valeur constante. Dans cet exemple, la constante additionnée chaque fois est 2.

5. Machine, T :
   a) Cela peut être présenté de diverses façons en utilisant une ou plusieurs variables. Par exemple, avec la valeur d'entrée c, la machine T pourrait faire ceci : $9\left(\frac{c}{5}\right) + 32 \rightarrow$ sortie.
   b) 104 °F
   c) −40 °F
   d) $176,\overline{6}$ °C. Travaille à rebours en commençant par une sortie de 350 °F.
   (350 − 32) ÷ 9 × 5.

Consolidation des acquis Solutions

R–9

1. Certaines réponses comprennent 9 et 14, 12 et 17 ou 13 et 18.

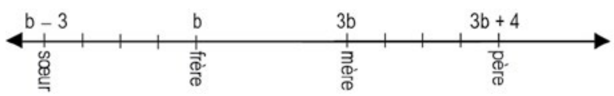
2. Taux de change :

   a) L'une est l'inverse de l'autre. $1\frac{1}{2}$ est égal à $\frac{3}{2}$, qui est l'inverse de $\frac{2}{3}$.

   Le rapport CAD : USD est 3 : 2, et le rapport USD : CAD est 2 : 3.

   b) $\frac{4}{5}$ d'un dollar américain. $1\frac{1}{4}$ est égal à $\frac{5}{4}$, qui est l'inverse de $\frac{4}{5}$.

3. Famille de Bonnie :

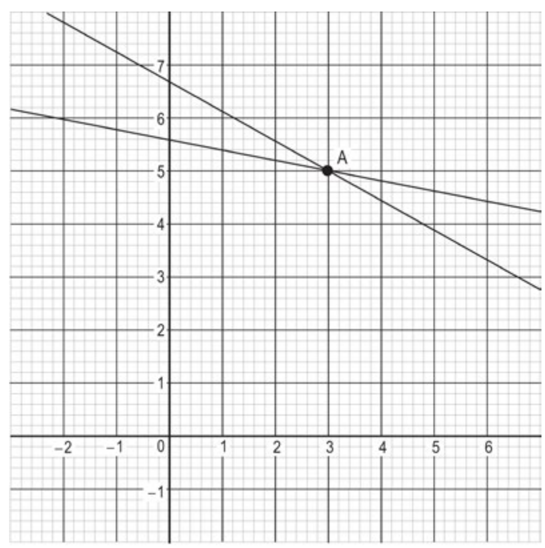


   Cette information est suffisante. Crée et résous une équation linéaire où la somme des quatre termes ci-dessus est 89.

4. L'entreprise B est préférable pour une petite équipe d'athlétisme. La recommandation dépend du nombre de personnes faisant partie de l'équipe. S'il y a moins de 30 personnes, recommande l'entreprise B parce que le produit sera moins cher; s'il y a plus de 30 personnes, recommande l'entreprise A parce que le produit sera moins cher.

5. Les réponses varieront selon les droites tracées. Voici les réponses basées sur les graphiques des droites du graphique.

   Les deux droites ont le point (3, 5) en commun et aucun autre point n'appartient aux deux droites. Les pentes des deux droites sont décroissantes (de gauche à droite). Les abscisses à l'origine des deux graphiques sont supérieures à 10. L'ordonnée à l'origine d'une droite est près de 7 et l'ordonnée à l'origine de l'autre droite est près de 6.



6. Les réponses peuvent varier considérablement. Voici un exemple de raison pour laquelle chacun des éléments ne fait pas partie de l'ensemble :
   - Le premier graphique montre deux droites avec un point commun dans le premier quadrant.
   - Le deuxième graphique ne montre aucun point sur l'une ou l'autre droite ayant les valeurs x et y toutes les deux négatives.
   - Le troisième graphique montre deux droites parallèles.
   - Le quatrième graphique montre deux droites ayant la même abscisse à l'origine.

R–10

Consolidation des acquis Solutions

1. Plusieurs réponses sont possibles. Voici un exemple :

   $\frac{9}{2} > \frac{14}{7}$; $\frac{6}{3} > \frac{8}{5}$

2. Plusieurs réponses sont possibles. Voici deux exemples : A et B ont des signes opposés; sur une droite numérique, la distance entre le nombre négatif et 0 est un de plus que la distance entre le nombre positif et zéro.

3. Les réponses varient selon « ton » âge. Dans cet exemple de solution, tu as 16 ans et j'ai 35 ans, donc le demi de mon âge est $17\frac{1}{2}$ ans. Si tu as 16 ans, le demi de ton âge est 8. Une personne à mi-chemin entre 16 et 35 ans a $25\frac{1}{2}$ ans.

   [NE] On pourrait encourager les élèves à remarquer que la somme du demi des deux âges $\left(17\frac{1}{2}+8\right)$ se trouve à mi-chemin entre les deux âges. On pourrait leur demander de justifier algébriquement que la relation fonctionne pour n'importe quelle paire d'âges.

4. Les réponses varient selon « ton » âge. Dans cet exemple de solution, ton âge est de 16 ans, donc Mme Carlyle doit avoir 68 ans. Tu as 26 ans de moins que M. Bowe et Mme Carlyle a 26 ans de plus que lui.

5. Les réponses varient selon « ton » âge. Dans cet exemple de solution, ton âge est de 16 ans, donc Sara a 2 ans. Liam a 7 ans de moins que ton âge de 16 ans; Sara a donc 7 ans de moins que Liam.

6. Carrés :

   a) Les longueurs de côté du carré sont de 6 unités. Trace un point 3 unités à droite de A et un autre point 3 unités à droite de D. Trace ensuite un segment de droite vertical entre les points. Trace un point 3 unités sous A et un autre point 3 unités sous B. Trace ensuite un segment de droite horizontal entre les points.

b) Pour passer du point E au point F, parcours 4 unités vers la droite et 1 unité vers le bas. Trace un point 2 unités à droite et $\frac{1}{2}$ unité en dessous du point E, ainsi qu'un autre point 2 unités à droite et $\frac{1}{2}$ unité en dessous du point H. Trace ensuite un segment de droite entre les points. Trace un point $\frac{1}{2}$ unité à gauche et 2 unités sous le point ainsi qu'un autre point E, $\frac{1}{2}$ unité à gauche et 2 unités sous le point F. Trace ensuite un segment de droite entre les points.

Il n'y a pas d'autre endroit pour tracer des segments de droite pour faire 4 carrés.

7. WODB :

a) De nombreuses réponses sont possibles, mais elles ne nécessitent qu'une bonne explication. Voici quelques exemples qui expliquent pourquoi chacun des éléments ne fait pas partie de l'ensemble :

« La première droite numérique a une première étape allant de 0 à −6 (les autres vont à −3). »

« La deuxième droite numérique aboutit à un nombre positif après les deux étapes. »

« La troisième droite numérique a deux étapes vers la gauche (c'est-à-dire les deux étapes négatives). »

« La quatrième droite numérique a un résultat qui se situe à seulement 1 unité de 0. »

b) Voici les expressions représentées par les droites numériques :

- la première droite numérique représente $-6 + 4$
- la deuxième droite numérique représente $-3 + 5$
- la troisième droite numérique représente $-3 - 5$
- la quatrième droite numérique représente $-3 + 2$

8. Décompose 280 en multiples de 8, comme 240 et 40. À l'aide d'un modèle d'aire, on arrive à la réponse, 35.

	30 +	5
8	240	40

D'autres multiples de 280 sont possibles, notamment :

$(160 + 80 + 40) \div 8$
$= 20 + 10 + 5$
$= 35$

9. a) La médiane est 5. La médiane est 5. (1, 3, 5, 7, 9)

   La moyenne est 5. $\left[\dfrac{(1+9+3+7+5)}{5} = 5\right]$

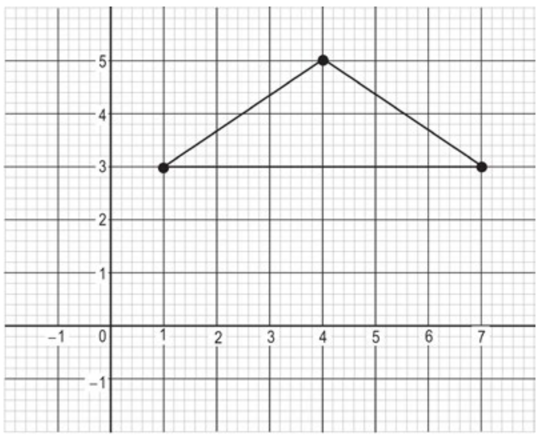
   b) Plusieurs réponses sont possibles.

10. Triangle isocèle :

   a) Une réponse possible est (4, 5). D'autres possibilités comprennent (4, 8) ou (4, −1). En général, pourvu que la coordonnée y ne soit pas 3, le sommet peut se trouver n'importe où.

   b) Graphique du triangle avec le troisième sommet à (4, 5).

   c) Le triangle a une aire de 6 unités^2 et un périmètre de $6 + 2\sqrt{13} = 13,211$ unités.



11. Triangle ABC :

   a) Trace le ΔABC.

   b) $\overline{AB}$ mesure 7 unités.

   $\overline{AC}$ mesure $\sqrt{45} = 6,708$ unités.

   $\overline{BC}$ mesure $\sqrt{136} = 11,662$ unités.

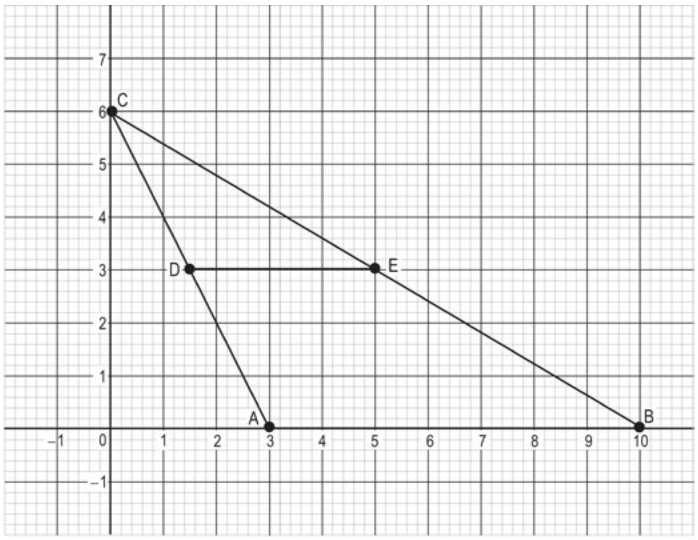
   c) $\overline{CD}$ mesure $\sqrt{11,25} = 3,354$ unités.

   $\frac{1}{2}\overline{AC} = 0,5 \times 6,708 = 3,354$ unités.

   d) Trace la droite parallèle, $\overline{DE}$.

e) Une grande variété de réponses est possible. Remarque que la longueur du $\overline{DE}$ est de 3,5 unités ou que la longueur du $\overline{DE}$ équivaut au demi de celle du $\overline{AB}$.

Question : « Est-ce que $\overline{EB}$ est le demi du $\overline{CB}$? »



[NE] Certains élèves pourraient remarquer (ou vous voudrez peut-être leur signaler) que ΔABC ~ ΔDEC, parce que les segments parallèles créent des angles correspondants congruents. Utilisez cette question pour demander aux élèves de revoir l'idée de triangles semblables. Comme les triangles sont semblables et que $\overline{CD}$ est le demi du $\overline{CA}$, alors il est vrai que les autres côtés correspondants ont la même proportion, c.-à-d. $\left(\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AB}\right)$ et $\left(\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{CB}\right)$.